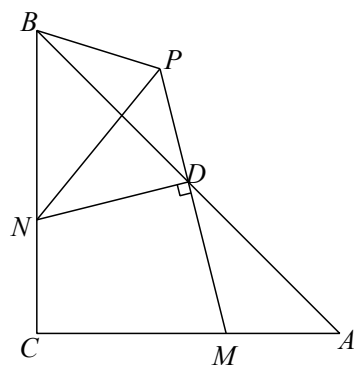


2026 春季初三数学每日一题打卡 003

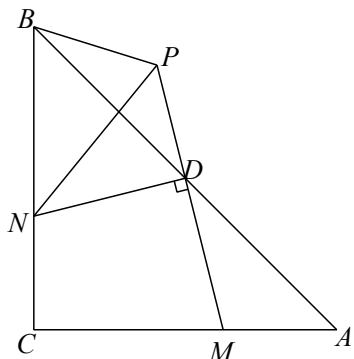
003 试题来源：2025 秋无锡滨湖区期末

如图，在等腰直角三角形 ABC 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = BC = 8$ ， D 是 AB 的中点， M 是边 AC 上的动点，作 $DN \perp DM$ ，交 BC 于点 N ，延长 MD 到点 P ，使得 $DP = \frac{3}{4}MD$ ，则 $S_{\triangle DPB} = \underline{\hspace{1cm}} S_{\triangle DMA}$ ，当 $\triangle PNB$ 面积最大时， AM 的长等于 $\underline{\hspace{1cm}}$ 。

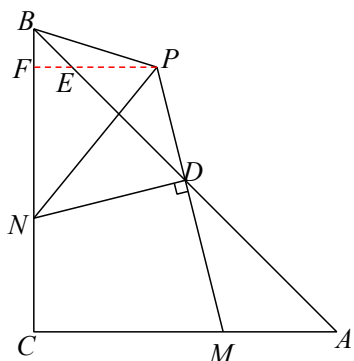


试题解析

如图,在等腰直角三角形 ABC 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = BC = 8$, D 是 AB 的中点, M 是边 AC 上的动点,作 $DN \perp DM$, 交 BC 于点 N , 延长 MD 到点 P , 使得 $DP = \frac{3}{4} MD$, 则 $S_{\triangle DPB} = \frac{3}{4} S_{\triangle DMA}$, 当 $\triangle PNB$ 面积最大时, AM 的长等于 $\frac{10}{3}$.



解:如图,过点 P 作 $PE \parallel AC$ 交 AB 于点 E , 交 BC 于点 F ,



\because 等腰直角三角形 ABC 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC = 8$, D 是 AB 的中点,

$\therefore CD \perp AB$, $AB = \sqrt{2} AC = 8\sqrt{2}$, $\angle ACD = \angle BCD = 45^\circ$, $\angle BAC = \angle ABC = 45^\circ$,

$\therefore CD = AD = BD = \frac{1}{2} AB = 4\sqrt{2}$, $\angle BAC = \angle DCB = 45^\circ$,

$\because DN \perp DM$, $\therefore \angle ADC = \angle MDN = 90^\circ$, $\therefore \angle ADM = \angle CDN = 90^\circ - \angle CDM$,

在 $\triangle ADM$ 和 $\triangle CDN$ 中, $\begin{cases} \angle A = \angle DCN = 45^\circ \\ \angle ADM = \angle CDN \\ AD = CD \end{cases}$, $\therefore \triangle ADM \cong \triangle CDN (AAS)$, $\therefore AM = CN$, $DM = DN$,

由 $DP = \frac{3}{4} MD$ 可得 $\frac{ED}{AD} = \frac{EP}{AM} = \frac{3}{4}$, 故 $ED = 3\sqrt{2}$, 可得 E 是定点, 故 $EF = 1$

$\therefore \frac{S_{\triangle DPB}}{S_{\triangle DMA}} = \frac{EP}{AM} = \frac{3}{4}$ (水平宽之比), $\therefore S_{\triangle DPB} = \frac{3}{4} S_{\triangle DMA}$,

设 $AM = CN = 4x$, 则 $CM = BN = 8 - 4x$, $PE = \frac{3}{4} AM = 3x$,

$\therefore S_{\triangle PNB} = \frac{1}{2} \times BN \times PF = \frac{1}{2} \times (8 - 4x) \times (3x + 1) = -6\left(x - \frac{5}{6}\right)^2 + \frac{49}{6}$,

$\because -6 < 0$,

\therefore 当 $x = \frac{5}{6}$ 时, $\triangle PNB$ 的面积最大,

所以 $AM = \frac{10}{3}$,

故答案为: $\frac{3}{4}$, $\frac{10}{3}$.