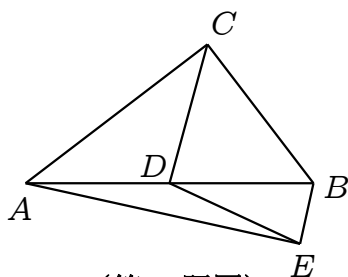


高数见林初二数学期中好题回看(二)

四、翻折综合

1. (2024-2025 期中·星海·16) 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $BC = 3$, $AC = 4$, 点 D 是 AB 的中点, 将 $\triangle ACD$ 沿 CD 翻折得到 $\triangle ECD$, 连接 AE , BE , 则线段 BE 的长等于 _____.



(第16题图)

2. (2024-2025 期中·立达·26) 如图1, 在直角三角形纸片 ABC 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = 6$, $AC = 8$. 点 M 是射线 AC 上的动点 (点 M 不与点 A 重合).

【数学活动】

将三角形纸片 ABC 进行以下操作: 第一步: 折叠三角形纸片 ABC 使点 C 与点 A 重合, 然后展开铺平, 得到折痕 DE ; 第二步: 将 $\triangle ABC$ 沿折痕 DE 展开, 连接 AD , 然后将 $\triangle ADE$ 沿直线 DM 翻折得到 $\triangle DFG$, 点 E , A 的对应点分别是点 F , G , 直线 GF 与边 AB 所在直线交于点 N .

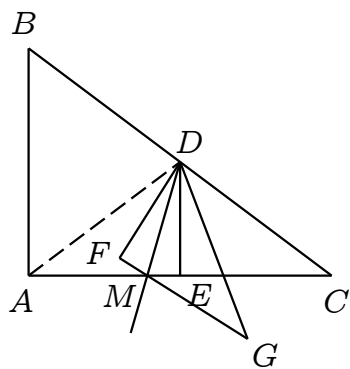


图1

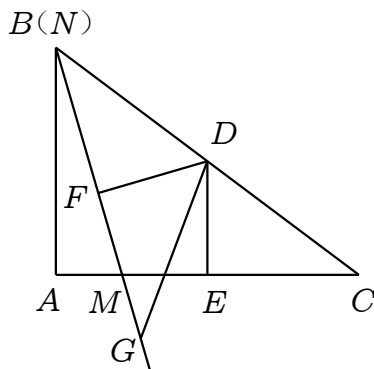


图2

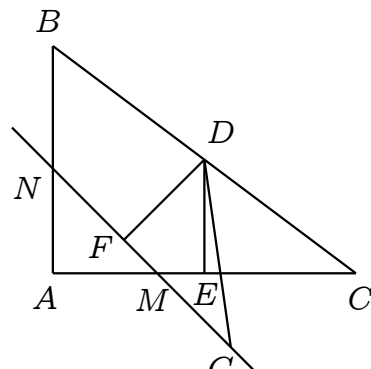


图3

【数学思考】

- 折痕 DE 的长为 _____;
- $\triangle ADE$ 沿直线 DM 翻折至图1的位置时, 试判断 MF 与 ME 的数量关系, 并证明你的结论:

【数学探究】

- $\triangle ADE$ 翻折至图2、图3所示位置时, 探究下列问题:

- 如图2, 当直线 GF 经过点 B 时, 求 AM 的长;
- 如图3, 当直线 $GF \parallel BC$ 时, AM 的长为 _____;

【问题延伸】

- 在点 M 的运动过程中, 连接 AF , 则 AF 的取值范围是 _____.

3. (2024—2025 期中·星湾·27)

【阅读教材】

苏科版八年级上册第 69 页《折纸与证明》. 折纸, 常常能为证明一个命题提供思路和方法.

例如, 如图 1(1), 在 $\triangle ABC$ 中, $AB > AC$, 怎样证明 $\angle C > \angle B$ 呢?

把 AC 沿 $\angle A$ 的平分线 AD 翻折, 因为 $AB > AC$, 所以点 C 落在 AB 上的点 C' 处 (如图 1(2)), 于是, 由 $\angle AC'D = \angle C$, $\angle AC'D > \angle B$, 可得 $\angle C > \angle B$.

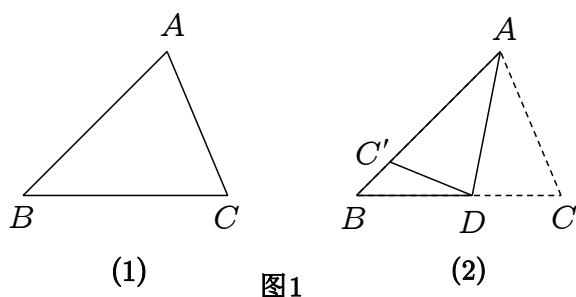


图1

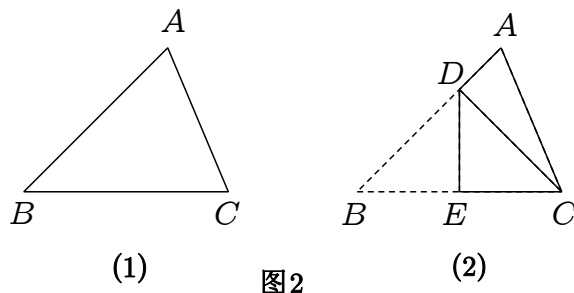


图2

【类比探究】

如图 2(1), 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C > \angle B$, 能否证明 $AB > AC$ 呢? 小军同学提供了一种方法: 把 $\triangle ABC$ 翻折, 使点 B 落在点 C 上, 折痕分别交 AB 、 BC 于点 D 、 E (如图 2(2)), 再运用三角形三边关系即可证明, 请按照小军的方法完成证明.

【方法运用】

在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 2\angle B$, 点 D 是 BC 边上一点, 连接 AD .

(1) 如图 3(1), 若 AD 平分 $\angle BAC$, 则 AC 、 CD 、 AB 之间的数量关系是 _____;

(2) 如图 3(2), 若 $AD \perp BC$, 写出 AC 、 CD 、 BD 之间的数量关系并说明理由.

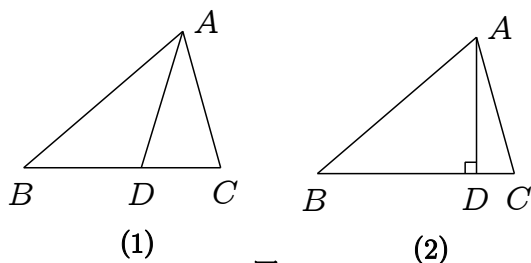


图3

【拓展提升】

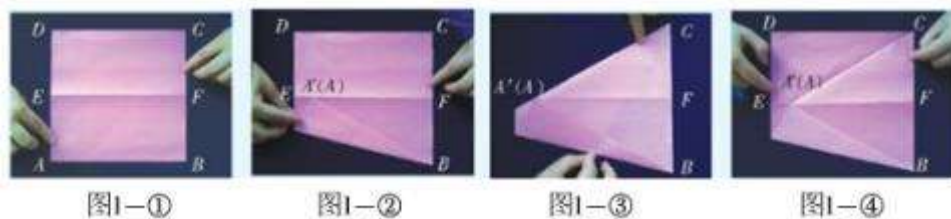
在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $BC = 3$, $AC = 4$, 点 D 是 AB 边上一点, 连接 CD , 将 $\triangle ABC$ 沿 CD 所在的直线翻折, 点 A 的对应点是点 A' .

(1) 如图 4(1), 若 $CD \perp AB$, 则 $AA' =$ _____;

(2) 如图 4(2), 若点 D 是 AB 的中点, 连接 AA' 、 BA' , 则四边形 $AA'BC$ 的面积为 _____

4. (2024—2025 期中·平江、草桥·25)

操作体验: 数学活动《折纸与证明》中, 有这样一段活动材料:



- ①如图 1—①, 把正方形 $ABCD$ 对折后再展开, 折痕为 EF ;
 ②如图 1—②, 将点 A 翻折到 EF 上的点 A' 处, 且使折痕过点 B ;
 ③如图 1—③, 沿 $A'C$ 折叠, 得 $\triangle A'BC$ (如图 1—④).

(1) 根据以上操作, 结合图 2 试证明 $\triangle A'BC$ 是等边三角形;

初步探究:

(2) 将 AB 沿 BE 翻折到 BP 位置, 延长 EP 交 CD 于点 Q , 如图 3, 求证: 点 Q 是 CD 的三等分点.

深入探究:

(3) 如图 4, 点 M 在 AB 上移动, 将 BC 沿 CM 翻折到点 B' , 连接 CM 、 DB' 并延长交于点 H , N 是 DB' 的中点, 连接 CN , AH , 请直接写出 HA 、 HC 、 HD 之间的等量关系 _____.

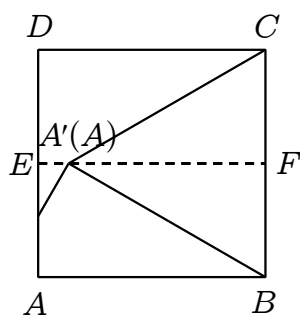


图2

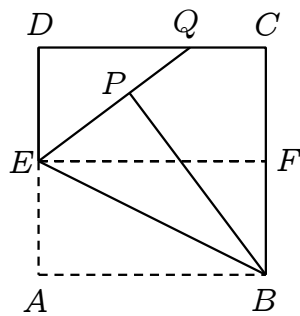


图3

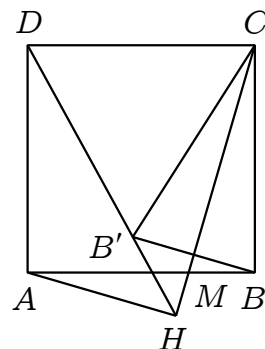
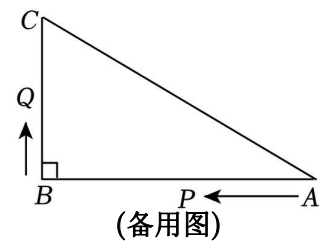
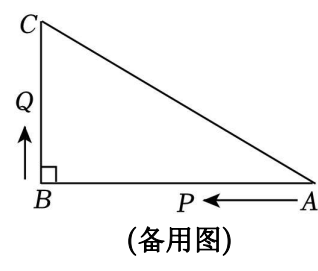
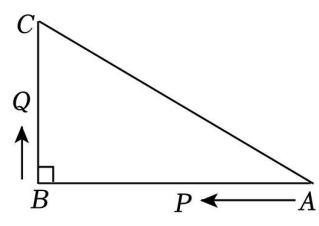


图4

五、等腰、直角三角形的存在性探究

5. (2024－2025 期中·振华·25) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $AB = 16\text{cm}$, $BC = 12\text{cm}$, P 、 Q 是 $\triangle ABC$ 边上的两个动点, 其中点 P 从点 A 开始沿 $A \rightarrow B$ 方向运动, 且速度为每秒 1cm , 点 Q 从点 B 开始沿 $BC \rightarrow CA$ 方向运动, 且速度为每秒 2cm , P 、 Q 两点同时出发, 当点 P 运动到点 B 时两点停止运动, 设运动时间为 t 秒.
- (1) $BP =$ _____ cm (用含 t 的代数式表示);
- (2) 当点 Q 在边 BC 上运动时.
- ① 出发几秒后, $\triangle PQB$ 是等腰三角形?
- ② PQ 能否把 $\triangle ABC$ 的周长平分? 若能, 求出 t 的值; 若不能, 请说明理由.
- (3) 当点 Q 在边 CA 上运动时, 若 $\triangle BCQ$ 是等腰三角形, 求满足条件的 t 的值.



6. (2024 - 2025 期中·吴昊相·27) 如图 (1), 在等腰直角三角形纸片 ABC 中, $\angle B = 90^\circ$, $AB = 2\sqrt{2} + 2$, 点 D, E 分别为边 AB, BC 上的动点.

(1) 将纸片沿 DE 翻折, 点 B 的对应点 B' 恰好落在边 AC 上, 且点 D, E 分别是边 AB, BC 的中点, 线段 $BB' =$ _____.

(2) 如图 2, 将纸片沿 DE 翻折, 点 B 的对应点 B' 恰好落在边 AC 上, 再将纸片沿 $B'E$ 翻折, 点 C 的对应点为 C' , 如图 (3). 当 $\triangle DB'E, \triangle B'C'E$ 的重合部分 (即阴影部分) 为直角三角形时, 求 CE 的长.

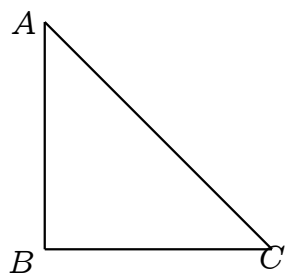


图1

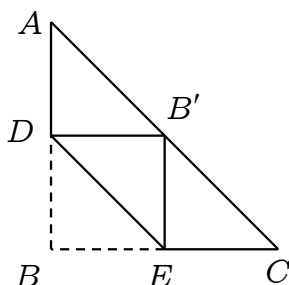


图2

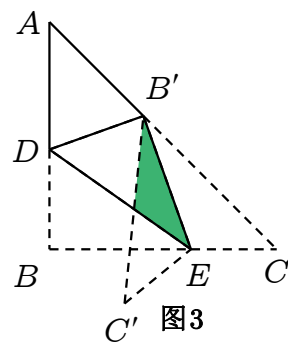


图3

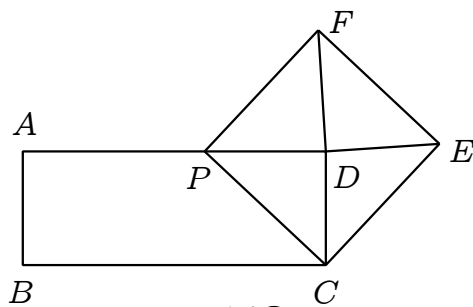
7. (2024 - 2025 期中·园区校·27)

如图①, 在矩形 $ABCD$ 中, 动点 P 从点 A 出发, 以 1cm/s 的速度沿 AD 向终点 D 移动, 设移动时间为 $t(\text{s})$. 连接 PC , 以 PC 为一边作正方形 $PCEF$, 连接 DE, DF . 设 $\triangle PCD$ 的面积为 $y(\text{cm}^2)$. y 与 t 之间的关系如图②所示.

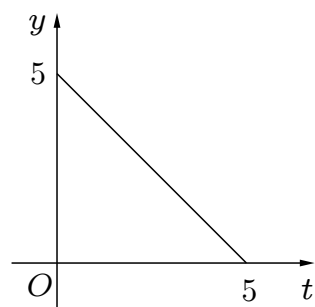
(1) $AB =$ _____ cm , $AD =$ _____ cm ;

(2) 求当 $t = 1.5$ 时, $\triangle PDF$ 的面积.

(3) 当 t 为何值时, $\triangle DEF$ 为等腰三角形? 请简要说明理由.



图①



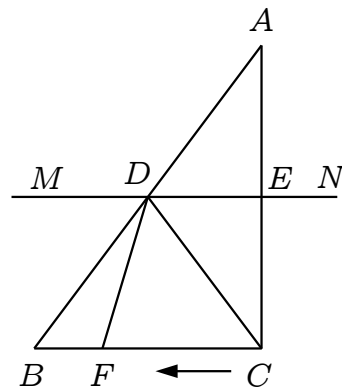
图②

8. (2024 - 2025 期中·昆太常张·24)

如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $BC = 6$, $AC = 8$, 连接 DC .

(1) $AB =$ _____;

(2) 已知, 直线 MN 垂直平分 AC 分别交 AB , AC 于点 D , 点 E , 若点 F 从点 C 出发沿 CB 以每秒 2 个单位长度的速度向终点 B 匀速运动, 设运动时间为 t 秒. 连接 DC , DF , 在点 F 运动过程中, $\triangle DCF$ 能否为以 CF 为腰的等腰三角形? 若能, 求出 t 的值; 若不能, 请说明理由.



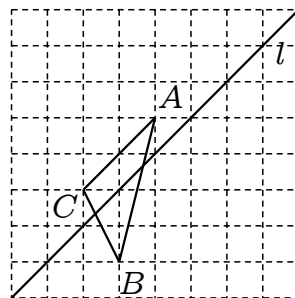
六、尺规网格画图

9. (2024 - 2025 期中·园区校·22) 如图, 在长度为 1 个单位长度的小正方形组成的正方形中, 点 A 、 B 、 C 在小正方形的顶点 (格点) 上.

(1) 在图中画出与 $\triangle ABC$ 关于直线 l 成轴对称的 $\triangle A'B'C'$;

(2) 三角形 ABC 的面积为 _____;

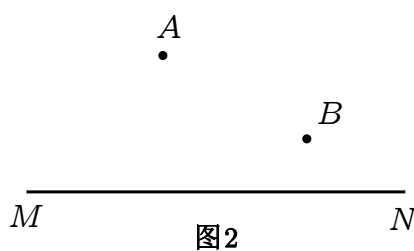
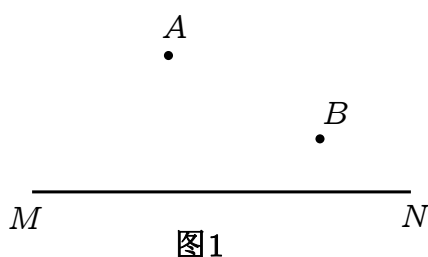
(3) 顶点在格点, 与 $\triangle ABC$ 全等且仅有 1 条公共边, 这样的三角形共能画出 _____ 个.



10. (2024 - 2025 期中·金鸡湖·附 3) 如图, 点 A 、点 B 是直线 MN 外同侧的两点, 请用无刻度的直尺与圆规完成下列作图.(不写作法保留作图痕迹)

(1) 在图 1 中, 在直线 MN 上取点 P 使得 $\angle APM = \angle BPN$;

(2) 在图 2 中, 在直线 MN 上取点 Q 使得 $\angle AQM = \angle AQB$.



七、新定义

11. (2024 - 2025 期中·吴昊相·24) 阅读理解: 对于任意正整数 a, b , $\because (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$, $\therefore a - 2\sqrt{ab} + b \geq 0$, $\therefore a + b \geq 2\sqrt{ab}$, 只有当 $a = b$ 时, 等号成立; 结论: 在 $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ (a, b 均为正实数) 中, 只有当 $a = b$ 时, $a + b$ 有最小值 $2\sqrt{ab}$.

(1) 若 $a > 0$, 当 $a + \frac{1}{a}$ 取最小值时, 求 a 的值.

(2) 若 $m > 1$, 求 $m + \frac{1}{m-1}$ 的最小值.

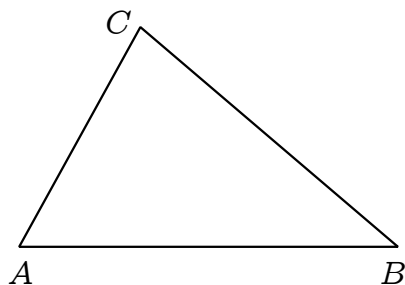
12. (2024 - 2025 期中·星海·25) 过三角形的顶点作射线与其对边相交, 将三角形分成两个三角形. 若得到的两个三角形中有等腰三角形, 这条射线就叫做原三角形的“友好分割线”.

(1) 下列三角形中, 不存在“友好分割线”的是 _____ (只填写序号).

①直角三角形; ②等边三角形; ③顶角为 110° 的等腰三角形.

(2) 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 40^\circ$, 过点 C 作射线 CD , 若 CD 为 $\triangle ABC$ 的“友好分割线”, 求 $\angle ACD$ 的度数;

(3) 如图 2, $\triangle ABC$ 中, CD 为 AB 边上的高, $BD = \sqrt{7}$, $AD = \sqrt{21}$, $\angle A = 30^\circ$, E 为 AD 的中点, 过点 E 作直线 l 交 AC 边于点 F , 作 $CM \perp l$, $DN \perp l$, 垂足为 M, N . 若射线 CD 为 $\triangle ABC$ 的“友好分割线”, 求 $CM + DN$ 的最大值.



(图1)

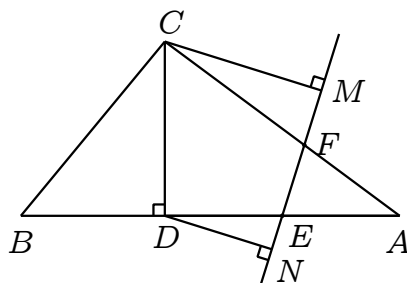


图2