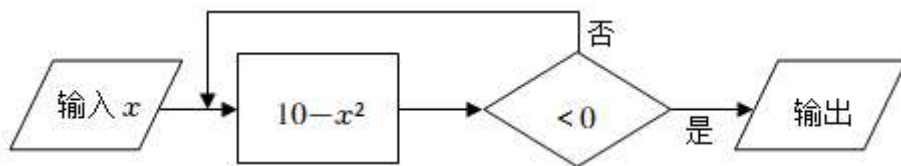


2024 年期中考试初一数学定心卷

参考答案与解析

1. 按照如图所示的计算程序,若 $x=3$,则输出的结果是

()



A. 1

B. 9

C. -71

D. -81

【解答】解:当 $x=3$ 时, $10-3^2=1$, $1>0$,

∴ 根据题意继续计算 $10-1^2=9$, $9>0$,

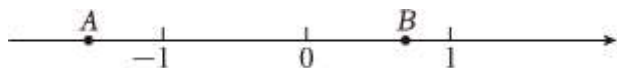
∴ 根据题意继续计算 $10-9^2=-71$, $-71<0$,

∴ 输出结果为 -71.

故选: C.

2. 如图,数轴上点 A 和点 B 分别表示数 a 和 b,则下列式子正确的是

()



A. $a>0$

B. $ab<0$

C. $a-b>0$

D. $a+b>0$

【解答】解: A、由图得, $a<0$,故 A 错误,符合题意;

B、∵ a 、 b 异号, ∴ $ab<0$,故 B 正确,符合题意;

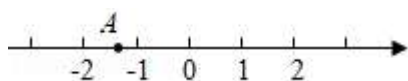
C、∵ $a<b$, ∴ $a-b<0$,故 C 不正确,不符合题意;

D、∵ $|a|>|b|$, ∴ $a+b<0$,故 D 不正确,不符合题意;

故选: B.

3. 如图,数轴上的点 A 所表示的数为 a,化简 $|a|-|a-3|$ 的结果为

()



A. $-2a-3$

B. -3

C. $-2a+3$

D. 3

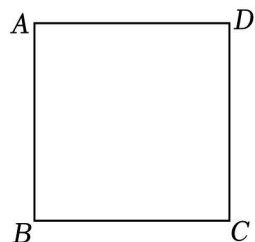
【解答】解:由数轴知 $-2<a<-1$,

∴ $a-3<0$,

则 $|a|-|a-3|=-a-(3-a)=-a-3+a=-3$,

故选: B.

4. 如图,正方形 ABCD 的边长为 1,电子蚂蚁 P 从点 A 以 1 个单位 / 秒的速度沿正方形的边顺时针运动,同时电子蚂蚁 Q 从点 A 以 3 个单位 / 秒的速度沿正方形的边逆时针运动,则电子蚂蚁 P 和 Q 第 423 次相遇在 ()



A. 点 A

B. 点 B

C. 点 C

D. 点 D

【解答】解:由题意可得,

第一次相遇在点 D,

第二次相遇在点 C ，
第三次相遇在点 B ，
第四次相遇在点 A ，
第五次相遇在点 D ，

.....

每四次一个循环，

$$\because 105 \div 4 = 26 \text{ 余 } 1$$

第 105 次相遇在点 B ，

故选：B.

5. 计算： $0.125 + 2\frac{1}{4} + (-2\frac{1}{8}) + (-0.25) = \underline{0}$.

【解答】解： $0.125 + 2\frac{1}{4} + (-2\frac{1}{8}) + (-0.25)$
 $= (0.125 - 2.125) + (2.25 - 0.25)$
 $= -2 + 2$
 $= 0$ ，
 故答案为：0.

6. 如图，表中给出的是某月的月历，任意选取“H”型框中的 7 个数（如阴影部分所示），这 7 个数的和可能是下列选项：① 55，② 70，③ 84，④ 105，⑤ 140 中的 ②③④（填写序号）.

日	一	二	三	四	五	六
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

【解答】解：设最中间的数字为 x ，
 则这 7 个数字之和为： $(x-6) + (x-8) + (x-1) + x + (x+1) + (x+6) + (x+8) = 7x$ ，
 当 $7x = 55$ 时， $x = \frac{55}{7}$ （不符合题意，舍去），故①不符合题意；
 当 $7x = 70$ 时， $x = 10$ ，故②符合题意；
 当 $7x = 84$ 时， $x = 12$ ，故③符合题意；
 当 $7x = 105$ 时， $x = 15$ ，符合实际，故④符合题意；
 当 $7x = 140$ 时， $x = 20$ ，由图可知 $x = 20$ 在最右边，不符合实际，故⑤不符合题意；
 故答案为：②③④.

7. 下列各组中的两个单项式不是同类项的是 ()

- A. $2x^2y$ 与 $3yx^2$ B. x^3 与 $3x$ C. $2x^2y^3z$ 与 $-zy^3x^2$ D. 1 与 -8

【解答】解：A、 $2x^2y$ 与 $3yx^2$ ，所含字母相同，并且相同字母的指数也相同，是同类项，故 A 不符合题意；
 B、 x^3 与 $3x$ ，相同字母的指数不同，不是同类项，故 B 符合题意；
 C、 $2x^2y^3z$ 与 $-zy^3x^2$ ，所含字母相同，并且相同字母的指数也相同，是同类项，故 C 不符合题意；
 D、1 与 -8 是同类项，故 D 不符合题意。
 故选：B.

8. 已知 $m = \frac{|a+b|}{c} + \frac{2|b+c|}{a} + \frac{3|c+a|}{b}$ ，且 $abc > 0$ ， $a + b + c = 0$. 则 $m = \underline{0 \text{ 或 } -2 \text{ 或 } -4}$.

【解答】解： $\because a+b+c=0$,

$$\therefore a+b=-c, b+c=-a, c+a=-b,$$

$$\therefore m = \frac{|a+b|}{c} + \frac{2|b+c|}{a} + \frac{3|c+a|}{b} = \frac{|c|}{c} + \frac{2|a|}{a} + \frac{3|b|}{b},$$

$$\because abc > 0, a+b+c=0,$$

$\therefore a, b, c$ 中必是一正两负,

当 $a > 0, b < 0, c < 0$ 时,

$$m = -1 + 2 - 3 = -2;$$

当 $b > 0, a < 0, c < 0$ 时,

$$m = -1 - 2 + 3 = 0;$$

当 $c > 0, a < 0, b < 0$ 时,

$$m = 1 - 2 - 3 = -4;$$

综上, $m = 0$ 或 -2 或 -4 ,

故答案为: 0 或 -2 或 -4 .

9. 大于1的正整数 k 的三次幂可“分裂”成若干个连续奇数的和,如: $2^3=3+5$, $3^3=7+9+11$, $4^3=13+15+17+19$, $5^3=21+23+25+27+29$, ..., 按照这样的规律,若 k^3 分裂后,其中有一个奇数是2859,则 k 的值是 53.

【解答】解:由题知,

$$\text{因为 } 2^3 = 3 + 5,$$

$$3^3 = 7 + 9 + 11,$$

$$4^3 = 13 + 15 + 17 + 19,$$

$$5^3 = 21 + 23 + 25 + 27 + 29,$$

...

$$\text{且 } 3 = 2 \times (2-1) + 1, 7 = 3 \times (3-1) + 1 + 1, 13 = 4 \times (4-1) + 1, 21 = 5 \times (5-1) + 1,$$

所以 k^3 分裂后的第一个数是: $k(k-1)+1$,且共有 k 个连续的奇数.

$$\text{又因为 } 53 \times (53-1) + 1 = 2757, 54 \times (54-1) + 1 = 2863,$$

$$\text{且 } 2757 < 2859 < 2863,$$

所以2859是 53^3 分裂成连续奇数和中的一个.

故 k 的值为53.

故答案为: 53.

10. 如果 M 是四次多项式, N 是三次多项式,那么 $M+N$ 一定是 ()

A. 七次多项式

B. 次数不高于四次的整式

C. 四次的整式

D. 四次多项式

【解答】解:因为 M 是四次多项式, N 是三次多项式,所以 $M+N$ 中一定有四次项,结果有可能是多项式,也有可能是单项式,

如:若 $M=x^4-x^3, N=x^3$,则 $M+N=x^4$,是单项式,次数为4,

若 $M=x^4, N=x^3$,则 $M+N=x^4+x^3$,是四次多项式,

综上, $M+N$ 一定是四次的整式.

故选: C.

11. 数学活动课上,老师做了一个有趣的游戏:开始时东东、亮亮,乐乐三位同学手中均有 a 张扑克牌(假定 a 足够大),然后依次完成以下三个步骤:第一步,东东拿出2张扑克牌给亮亮;第二步,乐乐拿出3张扑克牌给亮亮;第三步,东东手中此时有多少张扑克牌,亮亮就拿出多少张扑克牌给东东. 游戏过程中,亮亮手中扑克牌张数的变化情况正确的是 ()

$$\text{A. } a \rightarrow a+2 \rightarrow a+3 \rightarrow 1$$

$$\text{B. } a \rightarrow a+2 \rightarrow a+5 \rightarrow 3$$

C. $a \rightarrow a+2 \rightarrow a+5 \rightarrow 2a+3$

D. $a \rightarrow a+2 \rightarrow a+5 \rightarrow 7$

【解答】解：第一步后：东东 $a-2$ ，亮亮 $a+2$ ，乐乐 a ；

第二步后：东东 $a-2$ ，亮亮 $a+2+3=a+5$ ，乐乐 $a-3$ ；

第三步后：东东 $2(a-2)$ ，亮亮 $a+5-(a-2)=7$ ，乐乐 $a-3$ 。

故选：D。

12. 响应国家号召，某区推进新型农村建设，强村富民。村民复兴家准备将一块良田分成 A 、 B 、 C 三个区域来种植三种畅销型农作物。爸爸计划好三个区域的占地面积后，复兴主动承担起实地划分的任务。划分完毕后，爸爸发现粗心的复兴将 A 区 20% 的面积划分给了 B 区，而原 B 区 50% 的面积错划分给了 A 区， C 区面积未出错，造成现 B 区的面积占 A 、 B 两区面积和的比例达到了 40%。为了协调三个区域的面积占比，爸爸只好将 C 区面积的 40% 分成两部分划分给现在的 A 区和 B 区。爸爸划分完后， A 、 B 、 C 三个区域的面积比变为 1:2:3，那么爸爸从 C 区划分给 B 区的面积与 C 区划分前的总面积的比值为 ()

A. 25%

B. 32%

C. 36%

D. 40%

【解答】解：设 A 、 B 、 C 三个区域原来的面积分别为 x 、 y 、 z ($x > 0$, $y > 0$, $z > 0$)，

由题意得：复兴划分后， A 区的面积为 $(1-20\%)x + 50\%y = 0.8x + 0.5y$ ， B 区的面积为 $20\%x + (1-50\%)y = 0.2x + 0.5y$ ，

∵ 复兴划分后，造成现 B 区的面积占 A 、 B 两区面积和的比例达到了 40%，

$$\therefore \frac{0.2x + 0.5y}{x + y} = 40\%, \text{ 即 } y = 2x,$$

∴ 复兴划分后， A 区的面积为 $0.8x + 0.5y = 1.8x$ ， B 区的面积为 $0.2x + 0.5y = 1.2x$ ，

设爸爸将 C 区划分给 B 区的面积为 a ，则 C 区划分给 A 区的面积为 $40\%z - a = 0.4z - a$ ，

∵ 爸爸划分完后， A 、 B 、 C 三个区域的面积比变为 1:2:3，

$$\therefore (1.8x + 0.4z - a) : (1.2x + a) : (1 - 40\%)z = 1:2:3,$$

$$\therefore 3(1.8x + 0.4z - a) = 0.6z \text{ ①}, 3(1.2x + a) = 2 \times 0.6z \text{ ②},$$

由①得： $a = 1.8x + 0.2z$ ，

将 $a = 1.8x + 0.2z$ 代入②得： $z = 15x$ ，

$$\therefore a = 4.8x,$$

则爸爸从 C 区划分给 B 区的面积与 C 区划分前的总面积的比值为 $\frac{a}{z} = \frac{4.8x}{15x} = 32\%$ ，

故选：B。

13. 请写出一个只含有字母 a 的二次多项式，且无论 a 取何值时该二次多项式的值大于 2023，则这个二次多项式可以为 $a^2 + 2024$ (答案不唯一)。

【解答】解：由题意，这个二次多项式可以为 $a^2 + 2024$ 。

故答案为： $a^2 + 2024$ (答案不唯一)。

14. 若 $\frac{1}{3}x^{2m+1}y^3$ 与 $-2x^{n+3}y^{2n-1}$ 是同类项，则 $m+n = \underline{4}$ 。

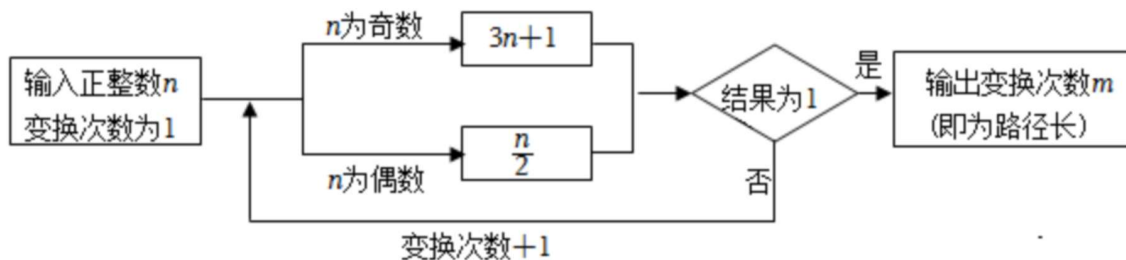
【解答】解：由同类项定义可知 $2m+1=n+3$ ， $2n-1=3$ ，

解得 $m=2$ ， $n=2$ ，

$$\therefore m+n=2+2=4.$$

故答案为：4。

15. 对于任意正整数 n ，若 n 为偶数则除以 2，若 n 为奇数则乘 3 再加 1，在这样一次变化下，我们得到一个新的自然数，在 1937 年 Lothar Collatz 提出了一个问题：如此反复这种变换，是否对于所有的正整数，最终都能变换到 1 呢？这就是数学中著名的“考拉兹猜想”。如果某个正整数通过上述变换能变成 1，我们就把第一次变成 1 时所经过的变换次数称为它的路径长，例如 5 经过 5 次变成 1，则路径长 $m=5$ 。若输入数 n ，变换次数 m ，当 $m=7$ 时，则 n 的最小值为 3。



【解答】解：由输出结果是1，倒推得到：

$1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 16 \rightarrow 5 \rightarrow 10 \rightarrow 20$,

$1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 16 \rightarrow 5 \rightarrow 10 \rightarrow 3$,

$1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 16 \rightarrow 32 \rightarrow 64 \rightarrow 128$,

$1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 16 \rightarrow 32 \rightarrow 64 \rightarrow 21$,

\therefore 则 n 的可能值有4个，最小值为3，

故答案为：3.

16. 为了加强公民的节水意识，合理利用水资源，某市采用价格调控的手段达到节水的目的，该市自来水收费的收费标准如下表：

收费标准 (注: 水费按月份结算)	
每月用水量	单价 (元 / 立方米)
不超出6立方米的部分	2
超出6立方米不超出10立方米的部分	4
超出10立方米的部分	8

例如：某户居民1月份用水8立方米，应收水费为 $2 \times 6 + 4 \times (8 - 6) = 20$ (元)

请根据上表的内容解答下列问题：

(1) 若某户居民2月份用水7立方米，则应收水费 16 元

(2) 若某户居民4月份用水 a 立方米 (其中 $6 < a \leq 10$)，请用含 a 的代数式表示应收水费 .

(3) 若某户居民3月份交水费60元，求3月份用水量为多少立方米？

(4) 若某户居民5、6两个月共用水18立方米 (6月份的用水量超过了5月份的用水量)，设5月份用水 x 立方米，请用含 x 的代数式表示该户居民5、6两个月共交水费多少元？

【解答】解：(1) 依题意， $6 \times 2 + (7 - 6) \times 4 = 12 + 4 = 16$ (元)，

故某户居民2月份用水7立方米，则应收水费16元，

故答案为：16；

(2) 依题意，

$6 \times 2 + (a - 6) \times 4 = -12 + 4a$ (元)，

故某户居民4月份用水 a 立方米 (其中 $6 < a \leq 10$)，应收水费 $(-12 + 4a)$ 元，

故答案为： $(-12 + 4a)$ ；

(3) 依题意，当用水量刚好10立方米，则 $6 \times 2 + (10 - 6) \times 4 = 12 + 16 = 28$ (元)，

$\therefore 60 > 28$,

\therefore 设3月份用水量为 b 立方米 ($b > 10$)，

则 $6 \times 2 + (10 - 6) \times 4 + (b - 10) \times 8 = 12 + 16 + 8b - 80 = 8b - 52$ (元)，

即 $8b - 52 = 60$,

解得 $b = 14$,

故3月份用水量为14立方米；

(4) 依题意，设5月份用水 x 立方米，则6月份用水 $(18 - x)$ 立方米，且 $0 \leq x < 9$ ，

当 $6 < x < 9$ 时，5月份的水费： $6 \times 2 + (x - 6) \times 4 = 4x - 12$ (元)，

当 $9 < (18 - x) \leq 10$, 6 月份的水费: $6 \times 2 + (18 - x - 6) \times 4 = -4x + 60$ (元),

\therefore 该户居民 5、6 两个月共交水费: $4x - 12 + -4x + 60 = 48$ (元);

当 $6 < x < 9$ 时, 5 月份的水费: $6 \times 2 + (x - 6) \times 4 = 4x - 12$ (元),

当 $10 < 18 - x < 12$, 6 月份的水费:

$6 \times 2 + (10 - 6) \times 4 + (18 - x - 10) \times 8 = 92 - 8x$ (元),

此时该户居民 5、6 两个月共交水费: $4x - 12 + -8x + 92 = 80 - 4x$ (元);

当 $0 \leq x \leq 6$ 时, 5 月份的水费: $2x$ (元),

当 $12 \leq 18 - x \leq 18$, 6 月份的水费:

$6 \times 2 + (10 - 6) \times 4 + (18 - x - 10) \times 8 = 92 - 8x$ (元),

此时该户居民 5、6 两个月共交水费: $2x - 8x + 92 = 92 - 6x$ (元);

17. 已知 m 是多项式 $x^3 + 4x^2y - 5$ 的常数项, n 是该多项式的项数.

(1) $m = \underline{\quad\quad\quad} - 5 \underline{\quad\quad\quad}$; $n = \underline{\quad\quad\quad}$.

(2) 在数轴上, 点 M 、 N 分别对应实数 m 和 n , 点 P 到点 M 和点 N 的距离分别为 $|PM|$ 和 $|PN|$, 且 $|PM| - 2|PN| = 3$, 试求点 P 对应的实数.

(3) 【阅读理解】

A, B, C 为数轴上三点, 若点 C 到点 A 的距离是点 C 到点 B 的距离的 2 倍, 我们就称点 C 是 (A, B) 的“强国点”.

如: 点 A 表示的数为 -1 , 点 B 表示的数为 2 , 表示 1 的点 C 到点 A 的距离是 2 , 到点 B 的距离是 1 , 则点 C 是 (A, B) 的“强国点”; 又比如表示 0 的点 D 到点 A 的距离是 1 , 到点 B 的距离是 2 , 则点 D 就不是 (A, B) 的“强国点”. 但点 D 是 (B, A) 的“强国点”.

【知识应用】

在 (1) 的条件下, 数轴上, 点 M 、 N 分别对应实数 m 和 n , 现有一动点 Q 从原点 O 出发, 以每秒 1 个单位的速度向右运动, 到达点 N 时立即掉头, 以每秒 2 个单位的速度向左运动, 到达点 M 时停止运动. 设点 Q 的运动时间为 $t(s)$, 当 t 为何值时, Q 、 M 、 N 中恰好有一个点为其余两个点的“强国点”?

【解答】解: (1) \because 多项式 $x^3 + 4x^2y - 5$ 是三次三项式, 常数项是 -5 ,

$\therefore m = -5, n = 3$.

故答案为: $-5, 3$;

(2) 设 P 对应的数为 p ,

当 $p < -5$ 时,

$\because |PM| - 2|PN| = 3$,

$\therefore (-5 - p) - 2(3 - p) = 3$,

解得 $p = 14$ (不符合题意, 舍去);

当 $-5 \leq p \leq 3$ 时,

$\because |PM| - 2|PN| = 3$,

$\therefore (p + 5) - 2(3 - p) = 3$,

解得 $p = \frac{4}{3}$;

当 $p > 3$ 时,

$\because |PM| - 2|PN| = 3$,

$\therefore (p + 5) - 2(p - 3) = 3$,

解得 $p = 8$,

综上, P 对应的数为 $\frac{4}{3}$ 或 8 ;

(3) 当 $0 \leq t \leq 3$ 时, 此时 Q 从 O 向 N 运动, 则有 $MQ > NQ$,

$\therefore Q$ 是 (M, N) 的“强国点”,

$\therefore 5 + t = 2(3 - t)$,

解得 $t = \frac{1}{3}$;

当 $3 < t \leq 7$ 时, 此时 Q 从 N 向 M 运动,

$\because Q、M、N$ 中恰好有一个点为其余两个点的“强国点”,

$$\therefore 8 - 2(t - 3) = 2 \times 2(t - 3) \text{ 或 } 2 \times [8 - 2(t - 3)] = 2(t - 3),$$

$$\text{解得 } t = \frac{13}{3} \text{ 或 } t = \frac{17}{3}.$$

当 Q 运动到 MN 的中点位置时, M 就是 (M, Q) 的强国点, 也可以说 N 是 (M, Q) 的强国点,

此时, $t = 5$.

综上, 当 t 的值为 $\frac{1}{3}$ 或 $\frac{13}{3}$ 或 $\frac{17}{3}$ 或 5 时, $Q、M、N$ 中恰好有一个点为其余两个点的“强国点”.

18. 类似于运算符号“ $+$, $-$, \times , \div ”, 新定义一种运算符号“ \odot ”, 观察下列运算:

$$1 \odot 3 = 1 \times 3 - 3 = 0; 3 \odot (-1) = 3 \times 3 + 1 = 10; (-3) \odot 4 = (-3) \times 3 - 4 = -13;$$

$$(-5) \odot (-4) = (-5) \times 3 + 4 = -11;$$

(1) 归纳: 用代数式表示 $a \odot b$ 的结果为: $\underline{\hspace{2cm}} 3a - b \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 若 $2x \odot (-5x + 3) = 19$, 求 x 的值.

(3) 若 $a \odot (-3b) = 21$, 请计算 $(2a + b) \odot (a - 2b - 1)$ 的值.

(4) 比较 $(a^2 - 2b) \odot 3b$ 与 $2b \odot (6a^2 + 15b + 1)$ 的大小, 并说理由.

【解答】解: (1) 由题意知 $a \odot b = a \times 3 - b = 3a - b$,

故答案为: $3a - b$;

(2) 若 $2x \odot (-5x + 3) = 19$, 则 $2x \cdot 3 - (-5x + 3) = 19$,

整理, 得 $11x - 3 = 19$,

解得 $x = 2$;

(3) $\because a \odot (-3b) = 21$,

$$\therefore 3a - (-3b) = 3a + 3b = 21,$$

$$\therefore a + b = 7,$$

$$\therefore (2a + b) \odot (a - 2b - 1)$$

$$= 3(2a + b) - (a - 2b - 1)$$

$$= 6a + 3b - a + 2b + 1$$

$$= 5(a + b) + 1$$

$$= 5 \times 7 + 1$$

$$= 36;$$

(4) $(a^2 - 2b) \odot 3b > 2b \odot (6a^2 + 15b + 1)$, 理由如下:

$$\because (a^2 - 2b) \odot 3b = 3(a^2 - 2b) - 3b = 3a^2 - 9b,$$

$$2b \odot (6a^2 + 15b + 1) = 3 \times 2b - (6a^2 + 15b + 1) = -6a^2 - 9b - 1,$$

$$\therefore (a^2 - 2b) \odot 3b - 2b \odot (6a^2 + 15b + 1)$$

$$= 3a^2 - 9b - (-6a^2 - 9b - 1)$$

$$= 3a^2 - 9b + 6a^2 + 9b + 1$$

$$= 9a^2 + 1,$$

$$\because a^2 \geq 0,$$

$$\therefore 9a^2 + 1 \geq 1,$$

$$\therefore (a^2 - 2b) \odot 3b > 2b \odot (6a^2 + 15b + 1).$$

19. 已知 $a^2 - 2a - 2 = 0$, 则 $3(a^2 - 2a) + 2016$ 的值为

()

A. 2022

B. 2023

C. 2010

D. - 2016

【解答】解: $\because a^2 - 2a - 2 = 0$,

$$\therefore a^2 - 2a = 2,$$

$$\therefore 3(a^2 - 2a) + 2016$$

$= 3 \times 2 + 2016$
 $= 6 + 2016$
 $= 2022,$
 故选: A.

20. 如图, a, b, c, d, e, f 均为有理数, 图中各行, 各列及两条对角线上三个数的和都相等, 则 $a - b + c - d + e - f$ 的值为 ()

4	-1	a
b	3	c
d	e	f

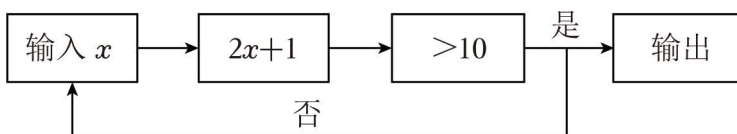
- A. 1 B. -3 C. 7 D. 8

【解答】解: 由题意得: $4 - 1 + a = d + 3 + a$,
 解得 $d = 0$.
 $\therefore 4 + b + 0 = b + 3 + c$,
 $\therefore c = 1$.
 $\therefore 4 - 1 + a = a + 1 + f$,
 $\therefore f = 2$.
 $\therefore a - 1 + 4 = 4 + 3 + 2, b + 3 + c = 4 + 3 + 2, -1 + 3 + e = 4 + 3 + 2$,
 $\therefore a = 6, b = 5, e = 7$.
 $\therefore a - b + c - d + e - f$
 $= 6 - 5 + 1 - 0 + 7 - 2$
 $= 7$.
 故选: C.

21. 一个两位数, 十位上的数字是 x , 个位上的数字是 y , 如果把十位上的数与个位上的数对调, 所得的两位数是 $10y + x$.

【解答】解: 由题意得: 这个两位数是: $10y + x$.
 故答案为: $10y + x$.

22. 如图, 按如图的程序计算, 若开始输入的值 x 为 1, 则输出的结果为 15 .



【解答】解: 输入 $x = 1$,
 则 $2 \times 1 + 1 = 2 + 1 = 3 < 10$, 返回继续运算;
 $2 \times 3 + 1 = 6 + 1 = 7 < 10$, 返回继续运算;
 $2 \times 7 + 1 = 14 + 1 = 15 > 10$, 输出结果;
 故答案为: 15.

23. 一个多项式减去 $x^2 + 14x - 6$, 小红误当成了加法算式, 结果得到 $2x^2 - x + 3$, 正确的结果应该是 $- 29x$ $+ 15$.

【解答】解: 这个多项式为: $(2x^2 - x + 3) - (x^2 + 14x - 6)$
 $= x^2 - 15x + 9$,
 则正确结果为: $(x^2 - 15x + 9) - (x^2 + 14x - 6)$
 $= x^2 - 15x + 9 - x^2 - 14x + 6$

$$=-29x+15.$$

故答案为: $-29x+15$.

24. 【概念学习】规定:求若干个相同的有理数(均不等0)的除法运算叫做除方,如 $3 \div 3 \div 3$, $(-2) \div (-2) \div (-2) \div (-2)$ 等. 类比有理数的乘方,我们把 $3 \div 3 \div 3$ 记作 $3^{③}$,读作“3的圈3次方”, $(-2) \div (-2) \div (-2) \div (-2)$ 记作 $(-2)^{④}$,读作“-2的圈4次方”. 一般地,把 $a \div a \div \underbrace{a \div \dots \div a}_{n\text{个}} (a \neq 0)$ 记作 a^n ,读作“a的圈n次方”.

【初步探究】

(1) 直接写出计算结果: $4^{③} = \underline{\hspace{2cm}} \frac{1}{4} \underline{\hspace{2cm}}$, $(-\frac{1}{2})^{④} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【深入思考】我们知道,有理数的减法运算可以转化为加法运算,除法运算可以转化为乘法运算,有理数的除方运算如何转化为乘方运算呢?(此处不用作答)

(2) 试一试:仿照上面的算式,将下列运算结果直接写成乘方幂的形式 $(-3)^{④} = \underline{\hspace{2cm}}$; $5^{⑥} = \underline{\hspace{2cm}}$; $(\frac{1}{2})^{⑤} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(3) 想一想:将一个非零有理数a的圈n次方写成乘方幂的形式等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.

(4) 比较: $(-9)^{⑤} \underline{\hspace{1cm}} (-3)^{⑦}$ (填“>”“<”或“=”).

【灵活应用】

(5) 算一算: $-3^2 \div (-\frac{1}{3})^{⑤} \times (-\frac{1}{4})^{④}$.

$$\begin{array}{ccc} & \textcircled{4} & \\ & 2=2 \div 2 \div 2 \div 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = (\frac{1}{2})^2 & \\ \swarrow & & \searrow \\ \boxed{\text{除方}} & & \boxed{\text{乘方幂的形式}} \end{array}$$

【解答】解: (1) $4^{③} = 4 \div 4 \div 4 = \frac{1}{4}$,

$$(-\frac{1}{2})^{④} = (-\frac{1}{2}) \div (-\frac{1}{2}) \div (-\frac{1}{2}) \div (-\frac{1}{2}) = 4,$$

故答案为: $\frac{1}{4}$, 4;

$$(2) (-3)^{④} = (-3) \div (-3) \div (-3) \div (-3) = (-\frac{1}{3})^2;$$

$$5^{⑥} = 5 \div 5 \div 5 \div 5 \div 5 \div 5 = (\frac{1}{5})^4;$$

$$(\frac{1}{2})^{⑤} = \frac{1}{2} \div \frac{1}{2} \div \frac{1}{2} \div \frac{1}{2} \div \frac{1}{2} = 2^3;$$

故答案为: $(-\frac{1}{3})^2$, $(\frac{1}{5})^4$, 2^3 ;

$$(3) a \text{ 的圈 } n \text{ 次方为: } a \div a \div \underbrace{a \div \dots \div a}_{n\text{个}a} = (\frac{1}{a})^{n-2};$$

故答案为: $(\frac{1}{a})^{n-2}$;

$$(4) (-9)^{⑤} = -(\frac{1}{9})^3 = -\frac{1}{729}, (-3)^{⑦} = -(\frac{1}{3})^5 = -\frac{1}{243},$$

$$\because 729 > 243,$$

$$\therefore -\frac{1}{729} > -\frac{1}{243},$$

$$\therefore (-9)^{⑤} > (-3)^{⑦},$$

故答案为: >;

$$(5) -3^2 \div (-\frac{1}{3})^{⑤} \times (-\frac{1}{4})^{④} = -3^2 \div (-3^3) \times (-4)^2 = -9 \div (-27) \times 16 = \frac{16}{3}.$$

25. 某市为了鼓励居民节约用水,采用分段计费的方法按月计算每户家庭的水费,月用水量不超过 $20m^3$ 时,按 2.5

元/ m^3 计费;月用水量超过 $20m^3$ 时,其中的 $20m^3$ 仍按 2.5 元/ m^3 收费,超过部分按 3.5 元/ m^3 计费,设每户家庭用水量为 $x m^3$.

(1) 当 $0 < x \leq 20$ 时,每户家庭缴纳水费 $2.5x$ 元(用含 x 的代数式表示);

当 $x > 20$ 时,每户家庭缴纳水费 元(用含 x 的代数式表示);

(2) 小明家第二季度用水量如下:

月份	4月份	5月份	6月份
用水量	$17m^3$	$24m^3$	$31m^3$

求小明第二季度一共缴纳的水费.

【解答】解: (1) 由题意可得,

当 $0 < x \leq 20$ 时,每户家庭缴纳水费 $2.5x$ 元,

当 $x > 20$ 时,每户家庭缴纳水费: $2.5 \times 20 + 3.5(x - 20)$

$$= 50 + 3.5x - 70$$

$$= (3.5x - 20) \text{ 元},$$

故答案为: $2.5x$, $(3.5x - 20)$;

(2) 由题意可得,

$$(2.5 \times 17) + (3.5 \times 24 - 20) + (3.5 \times 31 - 20)$$

$$= 42.5 + (84 - 20) + (108.5 - 20)$$

$$= 42.5 + 64 + 88.5$$

$$= 195(\text{元}),$$

答:小明第二季度一共缴纳的水费 195 元.

26. 已知 M, N 两点在数轴上所表示的数分别为 m, n ,且 m, n 满足: $|m - 7| + (n + 2)^2 = 0$.

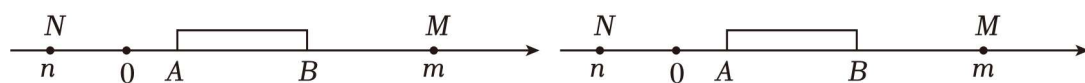


图1

备图

(1) 求 m, n 的值;

(2) 情境:有一个玩具火车 AB 如图1所示,放置在数轴上,将火车沿数轴左右水平移动,当点 A 移动到点 B 时,点 B 所对应的数为 m ,当点 B 移动到点 A 时,点 A 所对应的数为 n . 则玩具火车的长为 3 个单位长度;

应用:如图1所示,当火车 AB 匀速向右运动时,若火车从车头到车尾完全经过点 M 需要 2 秒,则火车的速度为每秒 个单位长度;

(3) 在(2)的条件下,当火车 AB 匀速向右运动,同时点 P 和点 Q 从 N, M 出发,分别以每秒 1 个单位长度和 2 个单位长度的速度向左和向右运动,记火车 AB 运动后对应的位置为 A_1B_1 . 点 P, Q 间的距离用 a 表示,点 B_1, A 间的距离用 b 表示,是否存在常数 k 使得 $ka - b$ 的值与它们的运动时间无关? 若存在,请求出 k 和这个定值;若不存在,请说明理由.

【解答】解 (1) $m - 7 = 0, n + 2 = 0$,

$$\therefore m = 7, n = -2.$$

(2) 玩具火车长 3 个单位长度,

玩具火车的速度为: $\frac{3}{2}$ (单位长度/秒).

$$\text{故答案为: } 3, \frac{3}{2}.$$

(3) 存在, $k = \frac{1}{2}$, 定值为 $\frac{3}{2}$.

理由如下:

设玩具火车运动的时间为 t 秒,

$$B_1A = \frac{3}{2}t + 3,$$

根据题意,得到点 Q 表示的数是 $2t+7$,点 9 表示的数是 $-2-t$,

$$\therefore PQ = 2t + 7 - (-2 - t) = 9 + 3t,$$

$$\therefore kPQ - B_1A = k(9 + 3t) - \left(\frac{3}{2}t + 3\right) = (9k - 3) + \left(3k - \frac{3}{2}\right),$$

\therefore 常数 k 使得 $kPQ - B_1A$ 的值与它们的运动时间无关,

$$\therefore 3k - \frac{3}{2} = 0, \text{解得 } k = \frac{1}{2},$$

$$\text{故 } 9k - 3 = \frac{3}{2},$$

故当 $k = \frac{1}{2}$ 时,常数 k 使得 $kPQ - B_1A$ 的值与它们的运动时间无关,

此时值为 $\frac{3}{2}$.