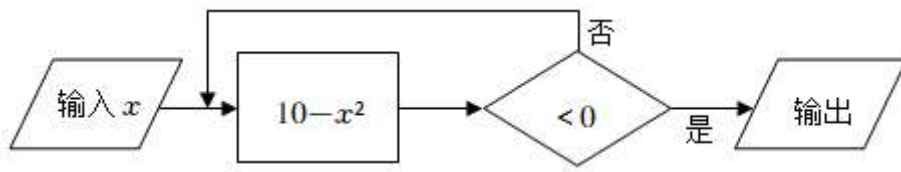


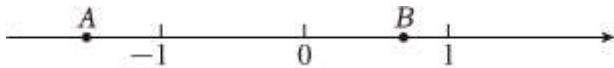
# 2024 年期中考试初一数学定心卷

1. 按照如图所示的计算程序,若  $x=3$ ,则输出的结果是 ( )



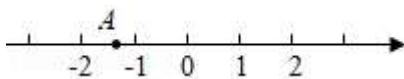
- A. 1                      B. 9                      C. -71                      D. -81

2. 如图,数轴上点  $A$  和点  $B$  分别表示数  $a$  和  $b$ ,则下列式子正确的是 ( )



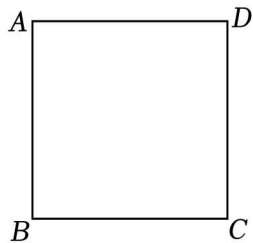
- A.  $a > 0$                       B.  $ab < 0$                       C.  $a - b > 0$                       D.  $a + b > 0$

3. 如图,数轴上的点  $A$  所表示的数为  $a$ ,化简  $|a| - |a - 3|$  的结果为 ( )



- A.  $-2a - 3$                       B.  $-3$                       C.  $-2a + 3$                       D. 3

4. 如图,正方形  $ABCD$  的边长为 1,电子蚂蚁  $P$  从点  $A$  以 1 个单位/秒的速度沿正方形的边顺时针运动,同时电子蚂蚁  $Q$  从点  $A$  以 3 个单位/秒的速度沿正方形的边逆时针运动,则电子蚂蚁  $P$  和  $Q$  第 423 次相遇在 ( )



- A. 点  $A$                       B. 点  $B$                       C. 点  $C$                       D. 点  $D$

5. 计算:  $0.125 + 2\frac{1}{4} + (-2\frac{1}{8}) + (-0.25) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

6. 如图,表中给出的是某月的月历,任意选取“H”型框中的 7 个数(如阴影部分所示),这 7 个数的和可能是下列选项:① 55,② 70,③ 84,④ 105,⑤ 140 中的 (填写序号).

日	一	二	三	四	五	六
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

7. 下列各组中的两个单项式不是同类项的是 ( )

- A.  $2x^2y$  与  $3yx^2$       B.  $x^3$  与  $3x$       C.  $2x^2y^3z$  与  $-zy^3x^2$       D. 1 与  $-8$

8. 已知  $m = \frac{|a+b|}{c} + \frac{2|b+c|}{a} + \frac{3|c+a|}{b}$ , 且  $abc > 0$ ,  $a+b+c=0$ . 则  $m =$  \_\_\_\_\_.

9. 大于 1 的正整数  $k$  的三次幂可“分裂”成若干个连续奇数的和, 如:  $2^3 = 3 + 5$ ,  $3^3 = 7 + 9 + 11$ ,  $4^3 = 13 + 15 + 17 + 19$ ,  $5^3 = 21 + 23 + 25 + 27 + 29$ ,  $\dots$ , 按照这样的规律, 若  $k^3$  分裂后, 其中有一个奇数是 2859, 则  $k$  的值是 \_\_\_\_\_.

10. 如果  $M$  是四次多项式,  $N$  是三次多项式, 那么  $M+N$  一定是 ( )

- A. 七次多项式      B. 次数不高于四次的整式  
C. 四次的整式      D. 四次多项式

11. 数学活动课上, 老师做了一个有趣的游戏: 开始时东东、亮亮, 乐乐三位同学手中均有  $a$  张扑克牌 (假定  $a$  足够大), 然后依次完成以下三个步骤: 第一步, 东东拿出 2 张扑克牌给亮亮; 第二步, 乐乐拿出 3 张扑克牌给亮亮; 第三步, 东东手中此时有多少张扑克牌, 亮亮就拿出多少张扑克牌给东东. 游戏过程中, 亮亮手中扑克牌张数的变化情况正确的是 ( )

- A.  $a \rightarrow a+2 \rightarrow a+3 \rightarrow 1$       B.  $a \rightarrow a+2 \rightarrow a+5 \rightarrow 3$   
C.  $a \rightarrow a+2 \rightarrow a+5 \rightarrow 2a+3$       D.  $a \rightarrow a+2 \rightarrow a+5 \rightarrow 7$

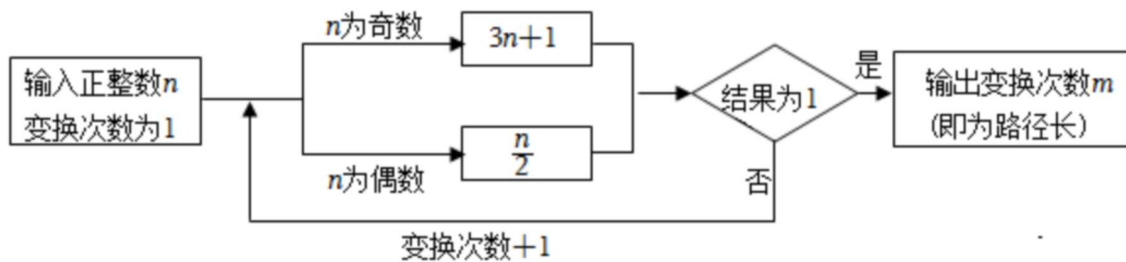
12. 响应国家号召, 某区推进新型农村建设, 强村富民. 村民复兴家准备将一块良田分成  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三个区域来种植三种畅销型农作物. 爸爸计划好三个区域的占地面积后, 复兴主动承担起实地划分的任务. 划分完毕后, 爸爸发现粗心的复兴将  $A$  区 20% 的面积划分给了  $B$  区, 而原  $B$  区 50% 的面积错划分给了  $A$  区,  $C$  区面积未出错, 造成现  $B$  区的面积占  $A$ 、 $B$  两区面积和的比例达到了 40%. 为了协调三个区域的面积占比, 爸爸只好将  $C$  区面积的 40% 分成两部分划分给现在的  $A$  区和  $B$  区. 爸爸划分完后,  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三个区域的面积比变为 1:2:3, 那么爸爸从  $C$  区划分给  $B$  区的面积与  $C$  区划分前的总面积的比值为 ( )

- A. 25%      B. 32%      C. 36%      D. 40%

13. 请写出一个只含有字母  $a$  的二次多项式, 且无论  $a$  取何值时该二次多项式的值大于 2023, 则这个二次多项式可以为 \_\_\_\_\_.

14. 若  $\frac{1}{3}x^{2m+1}y^3$  与  $-2x^{n+3}y^{2n-1}$  是同类项, 则  $m+n =$  \_\_\_\_\_.

15. 对于任意正整数  $n$ , 若  $n$  为偶数则除以 2, 若  $n$  为奇数则乘 3 再加 1, 在这样一次变化下, 我们得到一个新的自然数, 在 1937 年 *Lothar Collatz* 提出了一个问题: 如此反复这种变换, 是否对于所有的正整数, 最终都能变换到 1 呢? 这就是数学中著名的“考拉兹猜想”. 如果某个正整数通过上述变换能变成 1, 我们就把第一次变成 1 时所经过的变换次数称为它的路径长, 例如 5 经过 5 次变成 1, 则路径长  $m=5$ . 若输入数  $n$ , 变换次数  $m$ , 当  $m=7$  时, 则  $n$  的最小值为 \_\_\_\_\_.



16. 为了加强公民的节水意识,合理利用水资源,某市采用价格调控的手段达到节水的目的,该市自来水收费的收费标准如下表:

收费标准 (注: 水费按月份结算)	
每月用水量	单价 (元 / 立方米)
不超出 6 立方米的部分	2
超出 6 立方米不超出 10 立方米的部分	4
超出 10 立方米的部分	8

例如: 某户居民 1 月份用水 8 立方米, 应收水费为  $2 \times 6 + 4 \times (8 - 6) = 20$ (元)

请根据上表的内容解答下列问题:

- 若某户居民 2 月份用水 7 立方米, 则应收水费 \_\_\_\_\_ 元
- 若某户居民 4 月份用水  $a$  立方米 (其中  $6 < a \leq 10$ ), 请用含  $a$  的代数式表示应收水费 \_\_\_\_\_.
- 若某户居民 3 月份交水费 60 元, 求 3 月份用水量为多少立方米?
- 若某户居民 5、6 两个月共用水 18 立方米 (6 月份的用水量超过了 5 月份的用水量), 设 5 月份用水  $x$  立方米, 请用含  $x$  的代数式表示该户居民 5、6 两个月共交水费多少元?

17. 已知  $m$  是多项式  $x^3 + 4x^2y - 5$  的常数项,  $n$  是该多项式的项数.

(1)  $m =$  \_\_\_\_\_;  $n =$  \_\_\_\_\_.

(2) 在数轴上, 点  $M$ 、 $N$  分别对应实数  $m$  和  $n$ , 点  $P$  到点  $M$  和点  $N$  的距离分别为  $|PM|$  和  $|PN|$ , 且  $|PM| - 2|PN| = 3$ , 试求点  $P$  对应的实数.

(3) 【阅读理解】

$A, B, C$  为数轴上三点, 若点  $C$  到点  $A$  的距离是点  $C$  到点  $B$  的距离的 2 倍, 我们就称点  $C$  是  $(A, B)$  的“强国点”.

如: 点  $A$  表示的数为  $-1$ , 点  $B$  表示的数为  $2$ , 表示  $1$  的点  $C$  到点  $A$  的距离是  $2$ , 到点  $B$  的距离是  $1$ , 则点  $C$  是  $(A, B)$  的“强国点”; 又比如表示  $0$  的点  $D$  到点  $A$  的距离是  $1$ , 到点  $B$  的距离是  $2$ , 则点  $D$  就不是  $(A, B)$  的“强国点”. 但点  $D$  是  $(B, A)$  的“强国点”.

【知识应用】

在 (1) 的条件下, 数轴上, 点  $M$ 、 $N$  分别对应实数  $m$  和  $n$ , 现有一动点  $Q$  从原点  $O$  出发, 以每秒 1 个单位的速度向右运动, 到达点  $N$  时立即掉头, 以每秒 2 个单位的速度向左运动, 到达点  $M$  时停止运动. 设点  $Q$  的运动时间为  $t(s)$ , 当  $t$  为何值时,  $Q$ 、 $M$ 、 $N$  中恰好有一个点为其余两个点的“强国点”?

18. 类似于运算符号“ $+$ ”, “ $-$ ”, “ $\times$ ”, “ $\div$ ”, 新定义一种运算符号“ $\odot$ ”, 观察下列运算:

$1 \odot 3 = 1 \times 3 - 3 = 0$ ;  $3 \odot (-1) = 3 \times 3 + 1 = 10$ ;  $(-3) \odot 4 = (-3) \times 3 - 4 = -13$ ;

$(-5) \odot (-4) = (-5) \times 3 + 4 = -11$ ;

(1) 归纳: 用代数式表示  $a \odot b$  的结果为: \_\_\_\_\_.

(2) 若  $2x \odot (-5x + 3) = 19$ , 求  $x$  的值.

(3) 若  $a \odot (-3b) = 21$ , 请计算  $(2a + b) \odot (a - 2b - 1)$  的值.

(4) 比较  $(a^2 - 2b) \odot 3b$  与  $2b \odot (6a^2 + 15b + 1)$  的大小, 并说理由.

19. 已知  $a^2 - 2a - 2 = 0$ , 则  $3(a^2 - 2a) + 2016$  的值为 ( )

- A. 2022                      B. 2023                      C. 2010                      D. -2016

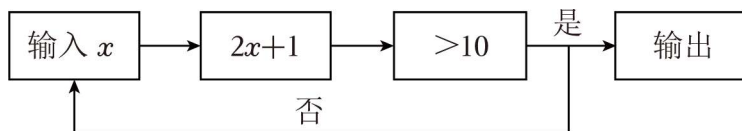
20. 如图,  $a, b, c, d, e, f$  均为有理数, 图中各行, 各列及两条对角线上三个数的和都相等, 则  $a - b + c - d + e - f$  的值为 ( )

4	-1	$a$
$b$	3	$c$
$d$	$e$	$f$

- A. 1                      B. -3                      C. 7                      D. 8

21. 一个两位数, 十位上的数字是  $x$ , 个位上的数字是  $y$ , 如果把十位上的数与个位上的数对调, 所得的两位数是 \_\_\_\_\_.

22. 如图, 按如图的程序计算, 若开始输入的值  $x$  为 1, 则输出的结果为 \_\_\_\_\_.



23. 一个多项式减去  $x^2 + 14x - 6$ , 小红误当成了加法算式, 结果得到  $2x^2 - x + 3$ , 正确的结果应该是 \_\_\_\_\_.

24. 【概念学习】规定: 求若干个相同的有理数 (均不等 0) 的除法运算叫做除方, 如  $3 \div 3 \div 3$ ,  $(-2) \div (-2) \div (-2) \div (-2)$  等. 类比有理数的乘方, 我们把  $3 \div 3 \div 3$  记作  $3^{③}$ , 读作“3 的圈 3 次方”,  $(-2) \div (-2) \div (-2) \div (-2)$  记作  $(-2)^{④}$ , 读作“-2 的圈 4 次方”. 一般地, 把  $a \div a \div \underbrace{a \div a \div \dots \div a}_{n \text{ 个}} (a \neq 0)$  记作  $a^n$ , 读作“a 的圈 n 次方”.

【初步探究】

(1) 直接写出计算结果:  $4^{③} = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $(-\frac{1}{2})^{④} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

【深入思考】我们知道, 有理数的减法运算可以转化为加法运算, 除法运算可以转化为乘法运算, 有理数的除方运算如何转化为乘方运算呢? (此处不用作答)

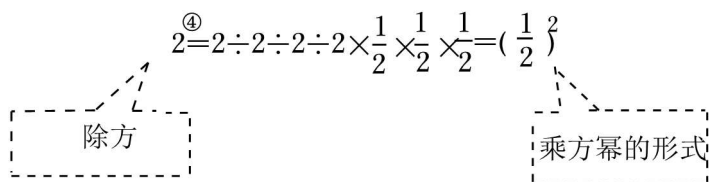
(2) 试一试: 仿照上面的算式, 将下列运算结果直接写成乘方幂的形式  $(-3)^{④} = \underline{\hspace{2cm}}$ ;  $5^{⑥} = \underline{\hspace{2cm}}$ ;  $(\frac{1}{2})^{⑤} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(3) 想一想: 将一个非零有理数  $a$  的圈  $n$  次方写成乘方幂的形式等于 \_\_\_\_\_.

(4) 比较:  $(-9)^{⑤} \underline{\hspace{1cm}} (-3)^{⑦}$  (填 “>” “<” 或 “=”).

【灵活应用】

(5) 算一算:  $-3^2 \div (-\frac{1}{3})^{⑤} \times (-\frac{1}{4})^{④}$ .



25. 某市为了鼓励居民节约用水,采用分段计费的方法按月计算每户家庭的水费,月用水量不超过  $20m^3$  时,按 2.5 元  $/m^3$  计费;月用水量超过  $20m^3$  时,其中的  $20m^3$  仍按 2.5 元  $/m^3$  收费,超过部分按 3.5 元  $/m^3$  计费,设每户家庭用水量为  $x m^3$ .

(1) 当  $0 < x \leq 20$  时,每户家庭缴纳水费 \_\_\_\_\_ 元 (用含  $x$  的代数式表示);

当  $x > 20$  时,每户家庭缴纳水费 \_\_\_\_\_ 元 (用含  $x$  的代数式表示);

(2) 小明家第二季度用水量如下:

月份	4 月份	5 月份	6 月份
用水量	$17m^3$	$24m^3$	$31m^3$

求小明第二季度一共缴纳的水费.

26. 已知  $M, N$  两点在数轴上所表示的数分别为  $m, n$ , 且  $m, n$  满足:  $|m - 7| + (n + 2)^2 = 0$ .

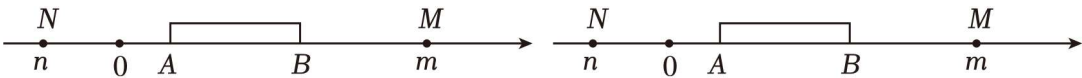


图1

备图

(1) 求  $m, n$  的值;

(2) 情境:有一个玩具火车  $AB$  如图 1 所示,放置在数轴上,将火车沿数轴左右水平移动,当点  $A$  移动到点  $B$  时,点  $B$  所对应的数为  $m$ ,当点  $B$  移动到点  $A$  时,点  $A$  所对应的数为  $n$ . 则玩具火车的长为 \_\_\_\_\_ 个单位长度;

应用:如图 1 所示,当火车  $AB$  匀速向右运动时,若火车从车头到车尾完全经过点  $M$  需要 2 秒,则火车的速度为每秒 \_\_\_\_\_ 个单位长度;

(3) 在 (2) 的条件下,当火车  $AB$  匀速向右运动,同时点  $P$  和点  $Q$  从  $N, M$  出发,分别以每秒 1 个单位长度和 2 个单位长度的速度向左和向右运动,记火车  $AB$  运动后对应的位置为  $A_1B_1$ . 点  $P, Q$  间的距离用  $a$  表示,点  $B_1, A$  间的距离用  $b$  表示,是否存在常数  $k$  使得  $ka - b$  的值与它们的运动时间无关? 若存在,请求出  $k$  和这个定值;若不存在,请说明理由.