

2024 初二数学期中每日一练 004

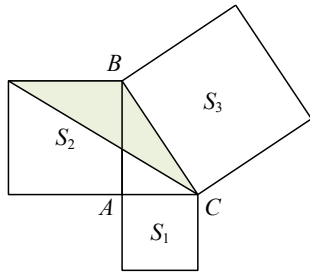
- 要使代数式 $\frac{\sqrt{x-4}}{2}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 _____.
- 计算 $\sqrt{27} - \sqrt{12}$ 的结果为 _____.
- $\sqrt{3}$ 的小数部分为 a , $4 - \sqrt{5}$ 的小数部分为 b , 则 $|a - b| =$ _____.
- 已知 $y = \sqrt{x-3} + \sqrt{3-x} + 8$, 求 $\sqrt{xy} =$ _____.
- 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, 分别以这个三角形的三边为边长向外侧作正方形, 面积分别记为 S_1, S_2, S_3 . 若 $S_3 + S_2 - S_1 = 18$. 则图中阴影部分的面积为 ()

A. 6

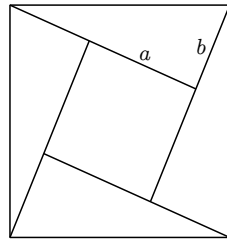
B. $\frac{9}{2}$

C. 5

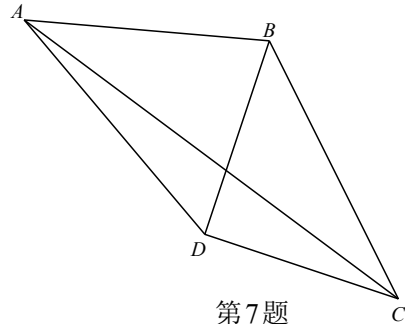
D. $\frac{7}{2}$



第5题



第6题



第7题

- 如图, 四个全等的直角三角形和中间的小正方形可以拼成一个大正方形, 若直角三角形的较长直角边长为 a , 较短直角边长为 b , 大正方形面积为 S_1 , 小正方形面积为 S_2 , 则 $(a+b)^2$ 可以表示为 ()
- 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle BAD = \angle BCD = 45^\circ$, $AB = 3\sqrt{2}$, $AD = 7$, $CD = 5$, 则 $AC =$ _____.

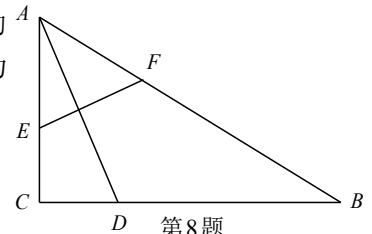
A. $S_1 - S_2$

B. $S_1 + S_2$

C. $2S_1 - S_2$

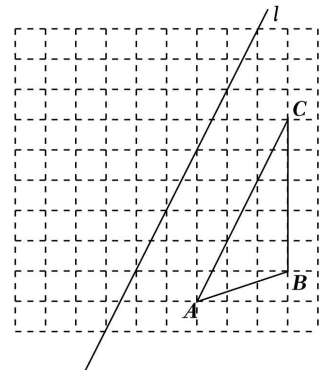
D. $S_1 + 2S_2$

- 如图, $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, $AC = 2$, D 为 BC 上一动点, EF 垂直平分 AD 分别交 AC 于 E 、交 AB 于 F , 则 BF 的最大值为 _____.



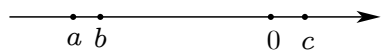
第8题

- 如图, 在正方形网格中, 每个小正方形的边长都为1, 并且 $\triangle ABC$ 的三个顶点都在格点上. 作出 $\triangle ABC$ 关于直线 l 对称的 $\triangle A'B'C'$.



10. 已知 $a = \sqrt{7} + 2$, $b = \sqrt{7} - 2$, 求下列代数式的值: (1) $a^2 - 2ab + b^2$; (2) $a^2 - b^2$.

11. 若实数 a 、 b 、 c 依次在数轴上的对应点如图所示, 试化简: $\sqrt{a^2} + \sqrt{(a+b)^2} + |b-c| + |a+c|$.



12. 如图1是吊车的实物图, 图2是吊车工作示意图. 吊车作业时是通过液压杆 CD 的伸缩使起重臂 AB 绕点 B 转动的, 从而使得起重臂升降作业 (起重臂 AB 的长度也可以伸缩), 在某次起重作业中, 学习兴趣小组测经过测量和咨询工人师傅了解到如下信息: 如图3, 起重臂 $AB = 10$ 米, 点 B 到地面的距离 $BE = 1.8$ 米, 钢丝绳所在直线 AF 垂直地面于点 F , 点 B 到 AF 的距离 $BG = 8$ 米. 求点 A 到地面的距离 AF 的长为多少米?



图1

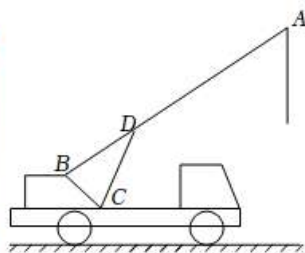


图2

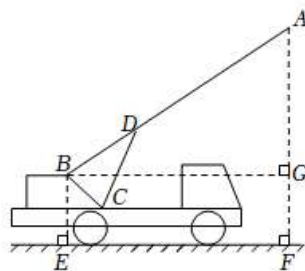
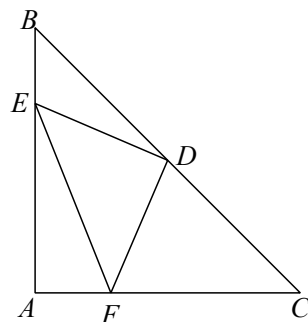


图3

13. 如图, $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $AB = AC$, D 是斜边 BC 的中点, E 、 F 分别是 AB 、 AC 边上的点, 且 $DE \perp DF$.

(1) 请说明: $DE = DF$; (2) 请说明: $BE^2 + CF^2 = EF^2$;

(3) 若 $BE = 6$, $CF = 8$, 求 $\triangle DEF$ 的面积 (直接写结果).



2024 初二数学期中每日一练 004 参考答案

1. 要使代数式 $\frac{\sqrt{x-4}}{2}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 $x \geq 4$.

【答案】根据题意可得: $x-4 \geq 0$, 解得: $x \geq 4$, 故答案为: $x \geq 4$.

【点评】此题主要考查了二次根式有意义, 关键是掌握二次根式中的被开方数是非负数.

2. 计算 $\sqrt{27} - \sqrt{12}$ 的结果为 $\sqrt{3}$.

【答案】原式 $= 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = \sqrt{3}$. 故答案为: $\sqrt{3}$.

【点评】此题考查了二次根式的加减运算, 属于基础题, 解答本题的关键是掌握二次根式的化简及同类二次根式的合并.

3. $\sqrt{3}$ 的小数部分为 a , $4 - \sqrt{5}$ 的小数部分为 b , 则 $|a - b| =$ $4 - \sqrt{3} - \sqrt{5}$.

【答案】 $\because \sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}, \therefore 1 < \sqrt{3} < 2$,

$\therefore \sqrt{3}$ 的整数部分是 1, 小数部分是 $\sqrt{3} - 1$, 即 $a = \sqrt{3} - 1$,

$\because \sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}, \therefore 2 < \sqrt{5} < 3, \therefore -3 < -\sqrt{5} < -2, \therefore 1 < 4 - \sqrt{5} < 2$,

$\therefore 4 - \sqrt{5}$ 的整数部分是 1, 小数部分是 $4 - \sqrt{5} - 1 = 3 - \sqrt{5}$, 即 $b = 3 - \sqrt{5}$,

$\therefore |a - b| = |\sqrt{3} - 1 - (3 - \sqrt{5})| = |\sqrt{3} - 1 - 3 + \sqrt{5}| = |\sqrt{3} + \sqrt{5} - 4| = 4 - \sqrt{3} - \sqrt{5}$,

故答案为: $4 - \sqrt{3} - \sqrt{5}$.

【点评】本题考查了估算无理数的大小, 熟练掌握利用夹逼法估算无理数的大小是解题的关键.

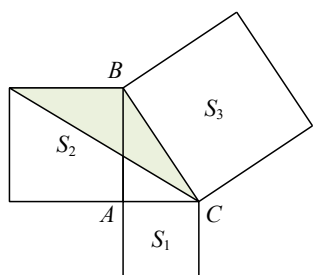
4. 已知 $y = \sqrt{x-3} + \sqrt{3-x} + 8$, 求 $\sqrt{xy} =$ $2\sqrt{6}$.

【答案】 $\because y = \sqrt{x-3} + \sqrt{3-x} + 8, \therefore x-3 \geq 0, 3-x \geq 0$, 解得: $x=3, \therefore y=8$,

$\therefore \sqrt{xy} = \sqrt{3 \times 8} = 2\sqrt{6}$. 故答案为: $2\sqrt{6}$.

5. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, 分别以这个三角形的三边为边长向外侧作正方形, 面积分别记为 S_1, S_2, S_3 .

若 $S_3 + S_2 - S_1 = 18$. 则图中阴影部分的面积为 ()



A. 6

B. $\frac{9}{2}$

C. 5

D. $\frac{7}{2}$

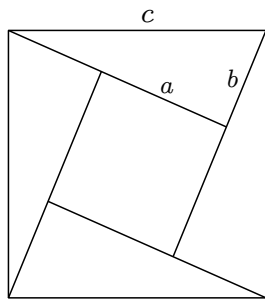
【答案】在 $Rt\triangle ABC$ 中, 由勾股定理得: $AC^2 + AB^2 = BC^2$, 即 $S_1 + S_2 = S_3$,

$\because S_3 + S_2 - S_1 = 18, \therefore S_2 = 9$,

由图形可知, 阴影部分的面积 $= \frac{1}{2}S_2, \therefore$ 阴影部分的面积 $= \frac{9}{2}$, 故选: B.

6. 如图, 四个全等的直角三角形和中间的小正方形可以拼成一个大正方形, 若直角三角形的较长直角边长为 a , 较短直角边长为 b , 大正方形面积为 S_1 , 小正方形面积为 S_2 , 则 $(a+b)^2$ 可以表示为

()



A. $S_1 - S_2$

B. $S_1 + S_2$

C. $2S_1 - S_2$

D. $S_1 + 2S_2$

【答案】如图所示：设直角三角形的斜边为 c ，则 $S_1 = c^2 = a^2 + b^2$

$$S_2 = (a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab,$$

$$\therefore 2ab = S_1 - S_2,$$

$$\therefore (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 = S_1 + S_1 - S_2 = 2S_1 - S_2,$$

故选：C.

【点评】本题考查勾股定理，解题的关键是熟练运用勾股定理以及完全平方公式.

7. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $\angle BAD = \angle BCD = 45^\circ$ ， $AB = 3\sqrt{2}$ ， $AD = 7$ ， $CD = 5$ ，

则 $AC =$ _____.

【答案】(思路： $\triangle ABD$ 中， $\angle BAD = 45^\circ$ ， $AB = 3\sqrt{2}$ ， $AD = 7$ ，形状确定，先考虑求出 BD)

作 $BE \perp AD$ 于点 E ，则 $\angle AEB = \angle DEB = 90^\circ$ ，

$$\because \angle BAD = 45^\circ, AB = 3\sqrt{2}, AD = 7, \therefore \angle EBA = \angle EAB = 45^\circ,$$

$$\therefore AE = BE, \therefore AE^2 + BE^2 = 2AE^2 = AB^2 = (3\sqrt{2})^2,$$

$$\therefore AE = BE = 3, \therefore DE = AD - AE = 7 - 3 = 4,$$

$$\therefore BD = \sqrt{BE^2 + DE^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

(求出 BD ，发现有意外惊喜， $\triangle BDC$ 是等腰直角三角形)

$$\because CD = 5, \angle BCD = 45^\circ, \therefore CD = BD,$$

$$\therefore \angle BCD = \angle CBD = 45^\circ, \therefore \angle BDC = 90^\circ,$$

(看到等腰直角，可以考虑将 AC 联想成手拉手全等的“一只”手，辅助线呼之欲出.)

作 $DF \perp AD$ 于点 D ，取 $AD = DF$ ，连接 AF, BF ，

$$\therefore AF = \sqrt{2}AD = 7\sqrt{2},$$

$$\angle FAB = \angle BAD + \angle FAD = 90^\circ,$$

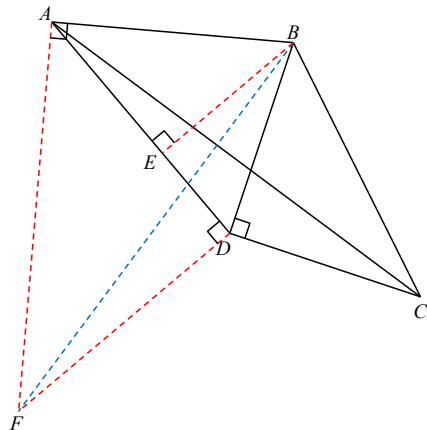
在 $Rt\triangle BAF$ 中，

$$BF = \sqrt{AF^2 + AB^2} = \sqrt{(7\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{29}.$$

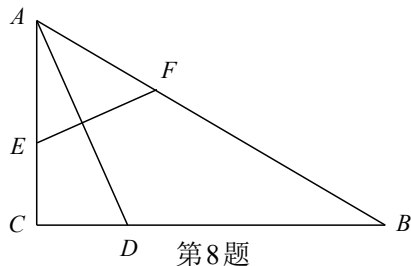
易证： $\triangle ADC \cong \triangle FDB(SAS)$ ，

$$\therefore AC = BF = 2\sqrt{29},$$

故答案为： $2\sqrt{29}$.



8. 如图, $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, $AC = 2$, D 为 BC 上一动点, EF 垂直平分 AD 分别交 AC 于 E 、交 AB 于 F , 则 BF 的最大值为 _____.



第8题

【答案】过点 F 作 $FH \perp BC$ 于 H , 连接 DF ,

设 $AF = x$, 则 $BF = 4 - x$,

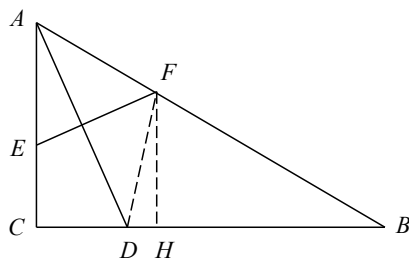
$\because \angle B = 30^\circ, \therefore FH = \frac{1}{2}BF = 2 - \frac{1}{2}x$,

$\therefore x \geq 2 - \frac{1}{2}x$, 解得 $x \geq \frac{4}{3}$,

$\therefore AF$ 最小值为 $\frac{4}{3}$, BF 的最大值为 $4 - \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$,

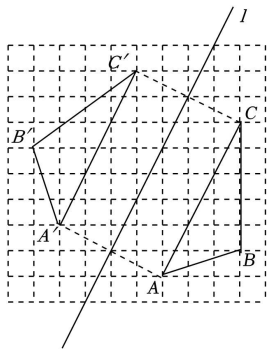
故答案为: $\frac{8}{3}$.

【点评】本题主要考查了线段垂直平分线的性质、 30° 角所对直角边是斜边的一半以及圆与直线的位置关系, 将 BF 的最大值转化为 AF 最小是解决本题的关键, 属于压轴题.



9. 如图, 在正方形网格中, 每个小正方形的边长都为 1, 并且 $\triangle ABC$ 的三个顶点都在格点上. 作出 $\triangle ABC$ 关于直线 l 对称的 $\triangle A'B'C'$.

【答案】如图, $\triangle A'B'C'$ 即为所求.



【点评】本题考查的是作图—轴对称变换, 熟知轴对称的性质是解答此题的关键.

10. 已知 $a = \sqrt{7} + 2$, $b = \sqrt{7} - 2$, 求下列代数式的值: (1) $a^2 - 2ab + b^2$; (2) $a^2 - b^2$.

【答案】 $\because a = \sqrt{7} + 2, b = \sqrt{7} - 2, \therefore a + b = \sqrt{7} + 2 + \sqrt{7} - 2 = 2\sqrt{7}$,

$a - b = (\sqrt{7} + 2) - (\sqrt{7} - 2) = 4$,

(1) $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 = 4^2 = 16$;

(2) $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) = 2\sqrt{7} \times 4 = 8\sqrt{7}$.

【点评】此题主要考查了二次根式的化简求值, 正确运用乘法公式计算是解题关键.

11. 若实数 a 、 b 、 c 依次在数轴上的对应点如图所示, 试化简: $\sqrt{a^2} + \sqrt{(a+b)^2} + |b-c| + |a+c|$.



【答案】根据题意得: $a < b < 0 < c$, 且 $|c| < |b| < |a|$, $\therefore a+b < 0, b-c < 0, a+c < 0$,

则原式 $= |a| + |a+b| + |b-c| + |a+c| = -a - a - b - b + c - a - c = -3a - 2b$.

【点评】此题考查了二次根式的性质与化简, 熟练掌握绝对值的代数意义是解本题的关键.

12. 如图1是吊车的实物图, 图2是吊车工作示意图. 吊车作业时是通过液压杆 CD 的伸缩使起重臂 AB 绕点 B 转动的, 从而使得起重臂升降作业 (起重臂 AB 的长度也可以伸缩), 在某次起重作业中, 学习兴趣小组测经过测量和咨询工人师傅了解到如下信息: 如图3, 起重臂 $AB = 10$ 米, 点 B 到地面的距离 $BE = 1.8$ 米, 钢丝绳所在直线 AF 垂直地面于点 F , 点 B 到 AF 的距离 $BG = 8$ 米. 求点 A 到地面的距离 AF 的长为多少米?



图1

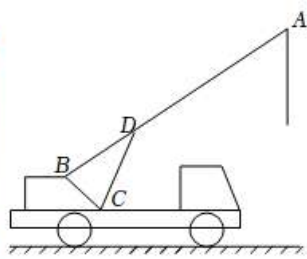


图2

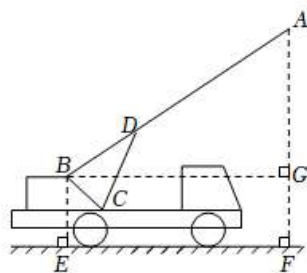


图3

【答案】在 $Rt\triangle ABG$ 中, 由勾股定理得, $AG = \sqrt{AB^2 - BG^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$,

$\because BE \perp EF, AF \perp EF, BG \perp AF$,

$\therefore \angle BEF = \angle EFG = 90^\circ$, \therefore 四边形 $BEFG$ 是长方形, $\therefore GF = BE = 1.8$ 米,

$\therefore AF = AG + GF = 6 + 1.8 = 7.8$ (米),

答: 点 A 到地面的距离 AF 的长为 7.8 米.

【点评】本题考查了勾股定理, 正确地识别图形是解题的关键.

13. 如图, $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $AB = AC$, D 是斜边 BC 的中点, E 、 F 分别是 AB 、 AC 边上的点, 且 $DE \perp DF$.

(1) 请说明: $DE = DF$;

(2) 请说明: $BE^2 + CF^2 = EF^2$;

(3) 若 $BE = 6$, $CF = 8$, 求 $\triangle DEF$ 的面积 (直接写结果).

【解析】【分析】(1) 连接 AD , 根据等腰直角三角形性质和直角三角形斜边上中线性质的求出 $\angle B = \angle C = \angle BAD = \angle DAC = 45^\circ$, $AD = BD$, 求出 $\angle BDE = \angle ADF$, 根据 ASA 证 $\triangle BDE \cong \triangle ADF$ 即可;

(2) 根据 AAS 证 $\triangle ADE \cong \triangle CDF$, 推出 $AE = CF$, 根据勾股定理求出即可;

(3) 求出 EF 长, 根据勾股定理求出 DE 和 DF , 根据三角形的面积公式求出即可.

【答案】【解答】(1) 证明: 连接 AD ,

\because 等腰直角三角形 ABC ,

$\therefore \angle C = \angle B = 45^\circ$,

$\because D$ 为 BC 的中点,

$\therefore AD \perp BC, AD = BD = DC, AD$ 平分 $\angle BAC$,

$\therefore \angle DAC = \angle BAD = 45^\circ = \angle B, \angle ADC = 90^\circ$,

$\because DE \perp DF$,

$\therefore \angle EDF = 90^\circ$,

$\therefore \angle ADF + \angle FDC = 90^\circ, \angle FDC + \angle BDE = 90^\circ$,

$\therefore \angle BDE = \angle ADF$,

在 $\triangle BDE$ 和 $\triangle ADF$ 中

$$\begin{cases} \angle B = \angle DAF \\ BD = AD \\ \angle BDE = \angle ADF \end{cases},$$

$\therefore \triangle BDE \cong \triangle ADF$,

$\therefore DE = DF$.

(2) 证明: $\because \triangle BDE \cong \triangle ADF$,

$\therefore BE = AF$,

$\because \angle EDF = \angle ADC = 90^\circ$,

$\therefore \angle EDA + \angle ADF = \angle ADF + \angle FDC = 90^\circ$,

$\therefore \angle EDA = \angle FDC$,

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle CDF$ 中

$$\begin{cases} \angle EDA = \angle FDC \\ \angle EAD = \angle C \\ DE = DF \end{cases},$$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CDF$,

$\therefore CF = AE$,

$\therefore EF^2 = AE^2 + AF^2 = BE^2 + CF^2$,

即 $BE^2 + CF^2 = EF^2$.

(3) 解: $EF^2 = BE^2 + CF^2 = 100$,

$\therefore EF = 10$, 根据勾股定理 $DE = DF = 5\sqrt{2}$,

$\triangle DEF$ 的面积是 $\frac{1}{2}DE \times DF = \frac{1}{2} \times 5\sqrt{2} \times 5\sqrt{2} = 25$.

答: $\triangle DEF$ 的面积是 25.

【点评】本题考查了等腰直角三角形性质, 勾股定理, 三角形的面积, 直角三角形斜边上的中线性质的知识点, 构造三角形 ADF , 证出 $\triangle BDE$ 和 $\triangle ADF$ 全等是解 (1) 的关键, 求出 $CF = AE$ 是解 (2) 的关键.

