

2024 初二数学期中每日一练 002

1. 如果式子 $\frac{\sqrt{x+7}}{x}$ 有意义, 则 x 的取值范围为 _____.

2. 若等腰三角形的一个外角为 130° , 则它的底角为 _____ 度.

3. 若 x, y 为实数, 且 $|x+2| + \sqrt{y-2} = 0$, 则 $\left(\frac{x}{y}\right)^{2023}$ 的值为 ()

A. 1

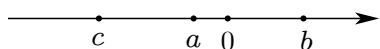
B. -1

C. 2

D. -2

4. 若 $a = \sqrt[3]{9}, b = \sqrt{3}, c = 2$, 则 a, b, c 的大小关系为 _____. (用“<”连接)

5. 实数 a, b, c 在数轴上的位置如图所示, 则 $\sqrt{(a-b)^2} - |a+c| + \sqrt{(c-b)^2} - |-b| =$ _____.



6. 已知 $\sqrt{1.5x}$ 为整数, 且 x 是三位数, 则有 _____ 个 x 满足题意.

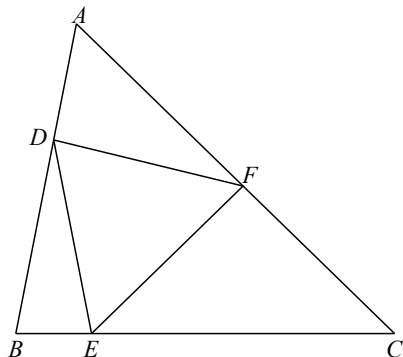
7. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = 4, BC = 5, AC = 6$, D, E 分别是线段 AB 和线段 BC 上的动点, 且 $BD = DE$, F 是线段 AC 上一点, 且 $EF = FC$, 则 DF 的最小值为 ()

A. 3

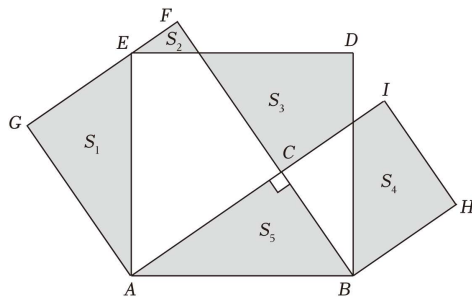
B. 2.5

C. 2

D. 4



第7题



第8题

8. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle CBA = 60^\circ$, 斜边 $AB = 2$, 分别以 $\triangle ABC$ 的三边长为边在 AB 上方作正方形, S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 分别表示对应阴影部分的面积, 则 $S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 =$ ()

A. 2

B. $2\sqrt{3}$

C. 4

D. $4\sqrt{3}$

9. 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A, \angle B, \angle C$ 的边分别为 a, b, c ,

(1) 若 $a:b = 3:4, c = 15$, 求 a, b 的值.

(2) 若 $c - a = 4, b = 16$, 求 a 的值.

10. 因为 $\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$, 即 $1 < \sqrt{3} < 2$, 所以 $\sqrt{3}$ 的整数部分为 1, 小数部分为 $\sqrt{3} - 1$. 类比以上推理解答下列问题:

(1) $\sqrt{11}$ 的整数部分是 _____; 小数部分是 _____.

(2) 若 m 是 $11 - \sqrt{11}$ 的小数部分, n 是 $11 + \sqrt{11}$ 的小数部分, 且 $(x+1)^2 = m+n$, 求 x 的值.

11. (1) 如果 $\sqrt[3]{23.7} = 2.872$, $\sqrt[3]{2.37} = 1.3333$, 则 $\sqrt[3]{0.0237} = \underline{\hspace{2cm}}$; $\sqrt[3]{2370000} = \underline{\hspace{2cm}}$;

$\sqrt[3]{x} = -28.72$, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$; $\sqrt[3]{x} = 1333.3$, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 如果 $\sqrt{15.62} = 3.9522$, $\sqrt{1.562} = 1.2498$, 则 $\sqrt{156200} = \underline{\hspace{2cm}}$; $\sqrt{0.0001562} = \underline{\hspace{2cm}}$;

$\sqrt{x} = 3952.2$, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$; $\sqrt{-x} = 124.98$, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 勾股定理 $a^2 + b^2 = c^2$ 本身就是一个关于 a, b, c 的方程, 我们知道这个方程有无数组解, 满足该方程的正整数解 (a, b, c) 通常叫做勾股数, 如: $(3, 4, 5)$ 、 $(5, 12, 13)$.

下面我们来探究一类特殊的勾股数, 观察下面的表格并解答下列问题:

(1) $m = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 若 $t(t \geq 3)$ 为奇数, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$, $y = \underline{\hspace{2cm}}$ (用含 t 的代数式表示);

【知识迁移】

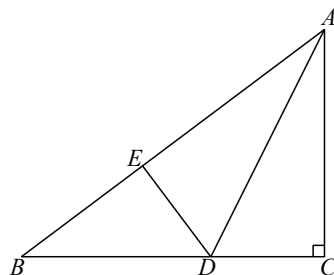
(3) $5k, 12k, 13k$ (k 是正整数) 是一组勾股数吗? 如果是, 请证明; 如果不是, 请说明理由;

(4) 在 $Rt\triangle ABC$ 中, 当 $a = \frac{3}{99}$, $b = \frac{4}{99}$ 时, 斜边 c 的值为 _____;

【知识应用】

(5) 如图所示, 有一张直角三角形的纸片 ABC , 直角边 $AC = 6$, $BC = 8$, 现将直角边 AC 沿直线 AD 折叠, 使它落在斜边 AB 上与 AE 重合, 则 $CD = \underline{\hspace{2cm}}$.

a	b	c
3	4	5
5	12	13
7	m	25
t	x	y



2024 初二数学期中每日一练 002 参考答案

1. 如果式子 $\frac{\sqrt{x+7}}{x}$ 有意义, 则 x 的取值范围为 _____.

【答案】根据题意得, $x+7 \geq 0$ 且 $x \neq 0$,

解得 $x \geq -7$ 且 $x \neq 0$.

故答案为: $x \geq -7$ 且 $x \neq 0$.

【点评】本题考查的知识点为: 分式有意义, 分母不为 0; 二次根式的被开方数是非负数.

2. 若等腰三角形的一个外角为 130° , 则它的底角为 _____ 度.

【答案】【解答】解: \because 等腰三角形的一个外角为 130° ,

\therefore 与这个外角相邻的角的度数为 50° , \therefore 当 50° 角是顶角时, 其底角为 65° ;

当 50° 角是底角时, 底角为 50° ; 故答案为: 65 或 50 .

【点评】此题主要考查等腰三角形的性质及三角形内角和定理的综合运用.

3. 若 x, y 为实数, 且 $|x+2| + \sqrt{y-2} = 0$, 则 $\left(\frac{x}{y}\right)^{2023}$ 的值为 ()

A. 1

B. -1

C. 2

D. -2

【答案】解: 根据题意得: $\begin{cases} x+2=0 \\ y-2=0 \end{cases}$, 解得: $\begin{cases} x=-2 \\ y=2 \end{cases}$,

则原式 $= (-1)^{2023} = -1$.

故选: B.

【点评】本题考查了非负数的性质: 几个非负数的和为 0 时, 这几个非负数都为 0.

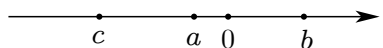
4. 若 $a = \sqrt[3]{9}$, $b = \sqrt{3}$, $c = 2$, 则 a, b, c 的大小关系为 _____. (用“<”连接)

【答案】解: $\because \sqrt{3} < \sqrt{4} = 2$, $\sqrt[3]{9} > \sqrt[3]{8} = 2$,

$\therefore \sqrt{3} < 2 < \sqrt[3]{9}$; 故答案为: $\sqrt{3} < 2 < \sqrt[3]{9}$.

【点评】本题考查实数比较大小, 熟练掌握夹逼法比较大小是关键.

5. 实数 a, b, c 在数轴上的位置如图所示, 则 $\sqrt{(a-b)^2} - |a+c| + \sqrt{(c-b)^2} - |-b| =$ _____.



【答案】解: 根据实数 a, b, c 在数轴上的位置, 可得出:

$a-b < 0$, $a+c < 0$, $c-b < 0$, $-b < 0$,

\therefore 原式 $= |a-b| - |a+c| + |c-b| - |-b|$

$= -(a-b) + (a+c) - (c-b) + (-b)$

$= b - a + a + c - c + b - b$

$= b$.

故答案为: b .

【点评】本题考查了二次根式的性质与化简, 解答本题的关键在于根据实数 a, b, c 在数轴上的位置, 得出 $a-b < 0$, $a+c < 0$, $c-b < 0$, $-b < 0$, 再根据二次根式的性质进行求解.

6. 已知 $\sqrt{1.5x}$ 为整数, 且 x 是三位数, 则有 _____ 个 x 满足题意.

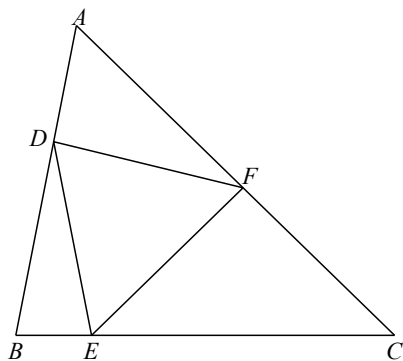
【答案】解: $\because \sqrt{1.5x} = \sqrt{\frac{3}{2}x}$ 为整数, 且 x 是三位数,

$\therefore x$ 是偶数, 且是 6 的倍数, $\therefore x = 150, 216, 294, 384, 486, 600, 726, 864$, 共有 8 个.

故答案为: 8.

【点评】本题考查了算术平方根, 掌握完全平方数是解本题的关键.

7. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=4$, $BC=5$, $AC=6$, D 、 E 分别是线段 AB 和线段 BC 上的动点, 且 $BD=DE$, F 是线段 AC 上一点, 且 $EF=FC$, 则 DF 的最小值为 ()



- A. 3 B. 2.5 C. 2 D. 4

【答案】解: 如图, 过点 D 作 $DG \perp BC$ 于点 G , $FH \perp BC$ 于点 H , $FM \perp DG$ 于点 M ,

$\because BD=DE$, $DG \perp BC$, $\therefore BG=GE$ (三线合一),

同理, $EH=HC$, $\therefore GE+EH=\frac{1}{2}BC=2.5$,

即 $GH=2.5$,

$\because FM \perp DG$, $DG \perp BC$,

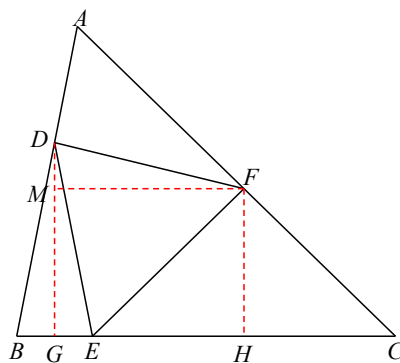
$\therefore \angle DGH = \angle DMF = \angle MHG = 90^\circ$,

\therefore 四边形 $MGHF$ 为矩形, $\therefore MF=GH=2.5$,

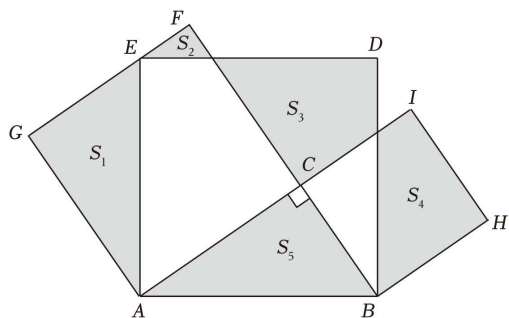
$\because DF \geq MF$, $\therefore DF$ 最小值为 2.5.

故选: B.

【点评】本题考查了等腰三角形的判定与性质, 垂线段最短, 解题关键是理解并灵活运用垂线段最短的定理.



8. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle CBA=60^\circ$, 斜边 $AB=2$, 分别以 $\triangle ABC$ 的三边长为边在 AB 上方作正方形, S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 分别表示对应阴影部分的面积, 则 $S_1+S_2+S_3+S_4+S_5=$ ()



- A. 2 B. $2\sqrt{3}$ C. 4 D. $4\sqrt{3}$

【解析】直角三角形三边: $S_3+S_5+T+R=AB^2$, $S_1+S_2+T=AC^2$, $R+S_4=BC^2$,

勾股定理 ($AB^2=AC^2+BC^2$) 可得: $S_3+S_5+T+R=S_1+S_2+T+R+S_4$,

得 $S_3+S_5=S_1+S_2+S_4$, 这样要求的就可以转化为 $S_1+S_2+S_3+S_4+S_5=2(S_3+S_5)$, 也就是求 S_3+S_5 即可. 由容斥原理又可得 $S_3=S_5$, $S_1+S_2+S_3+S_4+S_5=2(S_3+S_5)=4S_5$.

【答案】解：∵ $Rt\triangle ABC$ 中，分别以 $\triangle ABC$ 的三边长为边在 AB 上方作正方形，

$$\therefore S_3 + S_5 + T + R = AB^2 = AC^2 + BC^2 = S_1 + S_2 + T + R + S_4,$$

$$\therefore S_3 + S_5 = S_1 + S_2 + S_4,$$

∵ $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle CBA = 60^\circ$ ，斜边 $AB = 2$ ，

$$\therefore BC = \frac{1}{2}AB = 1, AC = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3},$$

$$\therefore S_5 = \frac{1}{2}\sqrt{3},$$

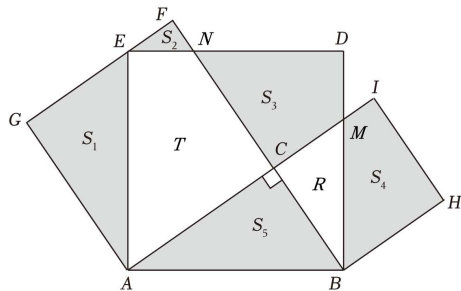
易证： $\triangle BDN \cong \triangle ABM$ ， $\therefore S_{\triangle BDN} = S_{\triangle ABM}$ ，

即： $S_3 + R = S_5 + R$ ， $\therefore S_3 = S_5$ ，

$$\therefore S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 = 2(S_3 + S_5) = 4S_5 = 2\sqrt{3}.$$

故选：B.

【点评】本题主要考查了直角三角形面积的求法，解题关键是勾股定理的应用。



9. 在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的边分别为 a 、 b 、 c ，

(1) 若 $a:b = 3:4$ ， $c = 15$ ，求 a 、 b 的值.

(2) 若 $c - a = 4$ ， $b = 16$ ，求 a 的值.

【答案】解：(1) $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边分别为 a 、 b 、 c ，且 $a:b = 3:4$ ，

∴ 设 $a = 3x$ ，则 $b = 4x$ 。

$$\therefore a^2 + b^2 = c^2, \text{ 即 } (3x)^2 + (4x)^2 = 15^2, \text{ 解得 } x = 3, \therefore a = 3x = 9, b = 4x = 12;$$

(2) ∵ $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边分别为 a 、 b 、 c ，

$$\therefore a^2 + b^2 = c^2,$$

$$\therefore c - a = 4, b = 16, \therefore a^2 + 256 = (a + 4)^2, \text{ 解得：} a = 30.$$

【点评】本题考查的是勾股定理，熟知在任何一个直角三角形中，两条直角边长的平方之和一定等于斜边长的平方是解答此题的关键。

10. 因为 $\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$ ，即 $1 < \sqrt{3} < 2$ ，所以 $\sqrt{3}$ 的整数部分为 1，小数部分为 $\sqrt{3} - 1$ 。类比以上推理解答下列问题：

(1) $\sqrt{11}$ 的整数部分是 _____；小数部分是 _____。

(2) 若 m 是 $11 - \sqrt{11}$ 的小数部分， n 是 $11 + \sqrt{11}$ 的小数部分，且 $(x + 1)^2 = m + n$ ，求 x 的值。

【答案】解：(1) ∵ $\sqrt{9} < \sqrt{11} < \sqrt{16}$ ，即 $3 < \sqrt{11} < 4$ ，

∴ $\sqrt{11}$ 的整数部分为 3，小数部分为 $\sqrt{11} - 3$ 。

故答案为：3； $\sqrt{11} - 3$ 。

(2) (2) ∵ $11 - \sqrt{11}$ 小数部分是 m ， $11 + \sqrt{11}$ 小数部分是 n ，

$$\therefore m = 11 - \sqrt{11} - 7 = 4 - \sqrt{11}, n = 11 + \sqrt{11} - 14 = \sqrt{11} - 3,$$

$$\therefore m + n = 4 - \sqrt{11} + \sqrt{11} - 3 = 1,$$

$$\therefore (x + 1)^2 = m + n = 1, \therefore x + 1 = \pm 1.$$

解得 $x = -2$ 或 $x = 0$ 。

【点评】本题考查了无理数的估算，熟悉无理数的大小估算是解题关键。

11. (1) 如果 $\sqrt[3]{23.7} = 2.872$ ， $\sqrt[3]{2.37} = 1.3333$ ，则 $\sqrt[3]{0.0237} = \underline{\hspace{2cm}}$ ； $\sqrt[3]{2370000} = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

$\sqrt[3]{x} = -28.72$ ，则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ； $\sqrt[3]{x} = 1333.3$ ，则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2) 如果 $\sqrt{15.62} = 3.9522$ ， $\sqrt{1.562} = 1.2498$ ，则 $\sqrt{156200} = \underline{\hspace{2cm}}$ ； $\sqrt{0.0001562} = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

$\sqrt{x} = 3952.2$ ，则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ； $\sqrt{-x} = 124.98$ ，则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】解：(1) 如果 $\sqrt[3]{23.7} = 2.872$, $\sqrt[3]{2.37} = 1.3333$, 则 $\sqrt[3]{0.0237} = 0.2872$; $\sqrt[3]{2370000} = 133.33$;
 $\sqrt[3]{x} = -28.72$, 则 $x = -23700$; $\sqrt[3]{x} = 1333.3$, 则 $x = 2370000000$;

(2) 如果 $\sqrt{15.62} = 3.9522$, $\sqrt{1.562} = 1.2498$, 则 $\sqrt{156200} = 395.22$; $\sqrt{0.0001562} = 0.012498$;
 $\sqrt{x} = 3952.2$, 则 $x = 15620000$; $\sqrt{-x} = 124.98$, 则 $x = -15620$.

故答案为: 0.2872, 133.33, -23700, 2370000000; 395.22, 0.012498, 15620000, -15620.

【点评】此题考查了立方根, 算术平方根, 关键是熟练掌握立方根和算术平方根的性质.

12. 勾股定理 $a^2 + b^2 = c^2$ 本身就是一个关于 a, b, c 的方程, 我们知道这个方程有无数组解, 满足该方程的正整数解 (a, b, c) 通常叫做勾股数, 如: $(3, 4, 5)$ 、 $(5, 12, 13)$.

下面我们来探究一类特殊的勾股数, 观察下面的表格并解答下列问题:

(1) $m =$ _____;

(2) 若 $t(t \geq 3)$ 为奇数, 则 $x =$ _____, $y =$ _____ (用含 t 的代数式表示);

【知识迁移】

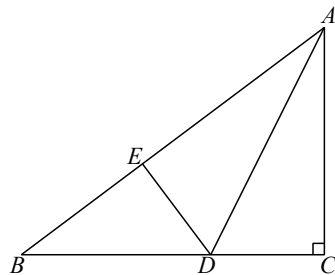
(3) $5k, 12k, 13k$ (k 是正整数) 是一组勾股数吗? 如果是, 请证明; 如果不是, 请说明理由;

(4) 在 $Rt\triangle ABC$ 中, 当 $a = \frac{3}{99}$, $b = \frac{4}{99}$ 时, 斜边 c 的值为 _____;

【知识应用】

(5) 如图所示, 有一张直角三角形的纸片 ABC , 直角边 $AC = 6$, $BC = 8$, 现将直角边 AC 沿直线 AD 折叠, 使它落在斜边 AB 上与 AE 重合, 则 $CD =$ _____.

a	b	c
3	4	5
5	12	13
7	m	25
t	x	y



【答案】解：(1) 由题意得, $7^2 + m^2 = 25^2$, $\therefore m = 24$. 故答案为: 24.

(2) 由题意, 由上面的数据找出规律可得,

$$x = \frac{t^2 - 1}{2}, y = \frac{t^2 + 1}{2}. \text{ 故答案为: } \frac{t^2 - 1}{2}, \frac{t^2 + 1}{2}.$$

(3) 由题意, $5k, 12k, 13k$ (k 是正整数) 是一组勾股数. 利用如下:

$$\because (5k)^2 + (12k)^2 = 25k^2 + 144k^2 = 169k^2, \text{ 又 } (13k)^2 = 169k^2, \therefore (5k)^2 + (12k)^2 = (13k)^2.$$

(4) 依据题意, 由勾股数 3, 4, 5 可以发现, $\therefore a = \frac{3}{99}$, $b = \frac{4}{99}$, $\therefore c = \frac{5}{99}$. 故答案为: $\frac{5}{99}$.

(5) 由题意, 利用勾股数可得斜边 $AB = 10$, 再由折叠 $DC = DE$, 且 $DC \perp AC$, $DE \perp AB$,

$$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ACD} + S_{\triangle ABD}, \text{ 即 } \frac{1}{2}AC \cdot BC = \frac{1}{2}AC \cdot CD + \frac{1}{2}AB \cdot CD.$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = \frac{1}{2} \times 6 \cdot CD + \frac{1}{2} \times 10 \cdot CD.$$

$$\therefore CD = 3.$$

故答案为: 3.

【点评】本题主要考查了勾股定理的应用, 解题时要熟练掌握并能灵活运用是关键.