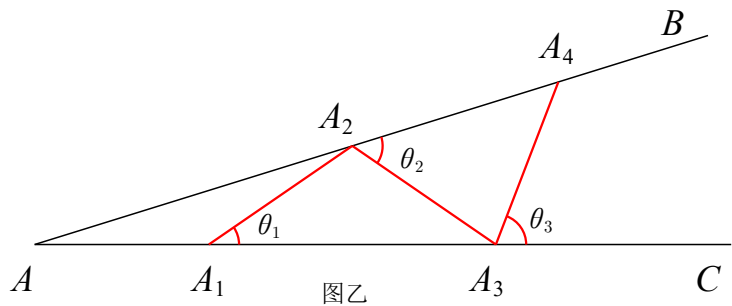
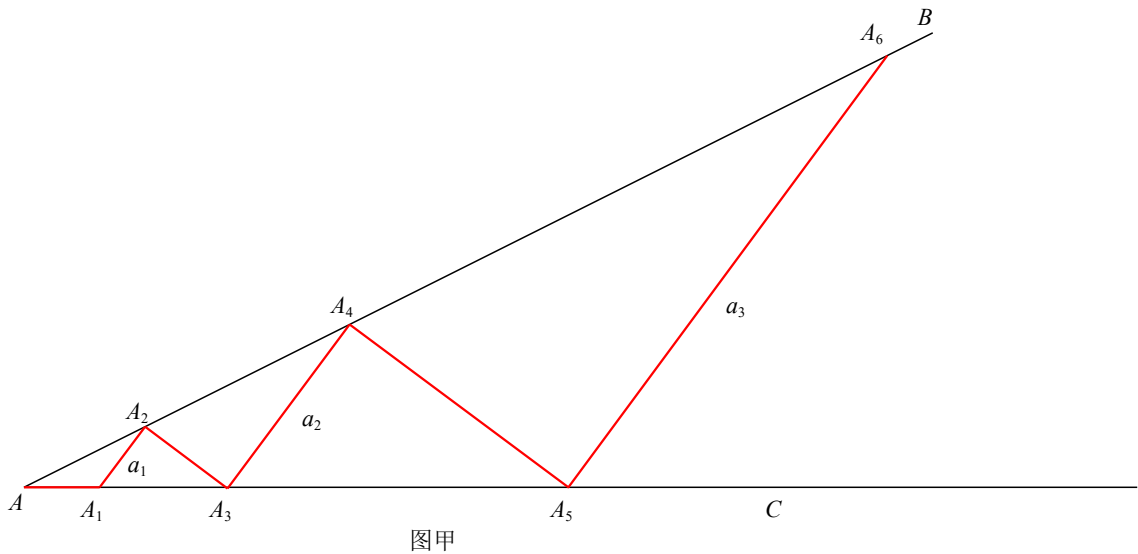


2024 秋季初二数学每日一题打卡 011

011 试题来源：2023 秋苏州园区校级月考第 25 题

某数学兴趣小组开展了一次活动,过程如下:设 $\angle BAC = \theta (0^\circ < \theta < 90^\circ)$. 现把小棒依次摆放在两射线之间,并使小棒两端分别落在射线 AB, AC 上.



活动一:如图甲所示,从点 A_1 开始,依次向右摆放小棒,使小棒与小棒在端点处互相垂直. (A_1A_2 为第 1 根小棒)

数学思考:

(1) 小棒能无限摆下去吗? 答:_____. (填“能”或“不能”)

(2) 设 $AA_1 = A_1A_2 = A_2A_3$, 求 θ 的度数;

活动二:如图乙所示,从点 A_1 开始,用等长的小棒依次向右摆放,其中 A_1A_2 为第一根小棒,且 $A_1A_2 = AA_1$.

数学思考:

(3) 若已经摆放了 3 根小棒,则 $\theta_1 = \underline{\hspace{1cm}}$, $\theta_2 = \underline{\hspace{1cm}}$, $\theta_3 = \underline{\hspace{1cm}}$; (用含 θ 的式子表示)

(4) 若只能摆放 4 根小棒,求 θ 的范围.

试题解析

某数学兴趣小组开展了一次活动,过程如下:设 $\angle BAC = \theta (0^\circ < \theta < 90^\circ)$. 现把小棒依次摆放在两射线之间,并使小棒两端分别落在射线 AB, AC 上.

活动一:如图甲所示,从点 A_1 开始,依次向右摆放小棒,使小棒与小棒在端点处互相垂直. (A_1A_2 为第 1 根小棒)

数学思考:

(1) 小棒能无限摆下去吗? 答: 能. (填“能”或“不能”)

(1) \because 根据已知条件 $\angle BAC = \theta (0^\circ < \theta < 90^\circ)$ 小棒两端能分别落在两射线上,
 \therefore 小棒能继续摆下去.

(2) 设 $AA_1 = A_1A_2 = A_2A_3$, 求 θ 的度数;

(2) $\because A_1A_2 = A_2A_3, A_1A_2 \perp A_2A_3, \therefore \angle A_2A_1A_3 = 45^\circ, \therefore \angle AA_2A_1 + \angle \theta = 45^\circ,$
 $\therefore \angle AA_2A_1 = \angle \theta, \therefore \angle \theta = 22.5^\circ;$

活动二:如图乙所示,从点 A_1 开始,用等长的小棒依次向右摆放,其中 A_1A_2 为第一根小棒,且 $A_1A_2 = AA_1$.

数学思考:

(3) 若已经摆放了 3 根小棒,则 $\theta_1 =$ 2θ , $\theta_2 =$ 3θ , $\theta_3 =$ 4θ ; (用含 θ 的式子表示)

(3) 本题需先根据 $A_1A_2 = AA_1$, 得出 $\angle A_1AA_2$ 和 $\angle AA_2A_1$ 相等,即可得出 θ_1 的值,同样道理得出 θ_2, θ_3 的值;

(3) $\because A_1A_2 = AA_1$

$\therefore \angle A_1AA_2 = \angle AA_2A_1 = \theta$

$\therefore \angle A_2A_1A_3 = \theta_1 = \theta + \theta$

$\therefore \theta_1 = 2\theta$

同理可得: $\theta_2 = 3\theta$

$\theta_3 = 4\theta$.

外角之于几何是什么? 是意识,是习惯,跟穿衣吃饭一样不可或缺的

(4) 若只能摆放 4 根小棒,求 θ 的范围.

(4) 根据(3)的结论,和三角形外角的性质,即可推出不等式,解不等式即可.

(4) 由题意得: $\begin{cases} 5\theta \geq 90^\circ \\ 4\theta < 90^\circ \end{cases}$,

$\therefore 18^\circ \leq \theta < 22.5^\circ$.

【点评】本题难度不大,但是灵活性较强,对于图形感知能力较弱的同学,如第一次遇到可能会束手无策。