

2024 秋季初一数学每日一题打卡 002

002 试题来源：2023 秋无锡惠山月考期第 26 题

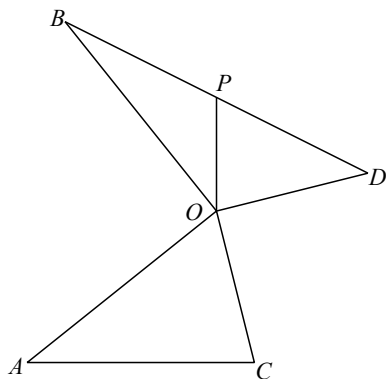
我们规定：有两组边相等，且它们所夹的角互补的两个三角形叫兄弟三角形．如图， $OA = OB$ ， $OC = OD$ ， $\angle AOB = \angle COD = 90^\circ$ ，回答下列问题：

(1) 求证： $\triangle OAC$ 和 $\triangle OBD$ 是兄弟三角形．

(2) “取 BD 的中点 P ，连接 OP ，试说明 $AC = 2OP$ ．”聪明的小王同学根据所要求的结论，想起了老师上课讲的“中线倍长”的辅助线构造方法，解决了这个问题，按照这个思路回答下列问题．

①请在图中通过作辅助线构造 $\triangle BPE \cong \triangle DPO$ ，并证明 $BE = OD$ ；

②求证： $AC = 2OP$ ．



试题解析

我们规定：有两组边相等，且它们所夹的角互补的两个三角形叫兄弟三角形．如图， $OA = OB$ ， $OC = OD$ ， $\angle AOB = \angle COD = 90^\circ$ ，回答下列问题：

(1) 求证： $\triangle OAC$ 和 $\triangle OBD$ 是兄弟三角形．

(2) “取 BD 的中点 P ，连接 OP ，试说明 $AC = 2OP$ ．”聪明的小王同学根据所要求的结论，想起了老师上课讲的“中线倍长”的辅助线构造方法，解决了这个问题，按照这个思路回答下列问题．

①请在图中通过作辅助线构造 $\triangle BPE \cong \triangle DPO$ ，并证明 $BE = OD$ ；

②求证： $AC = 2OP$ ．

【解答】(1) 证明： $\because \angle AOB = \angle COD = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle AOC + \angle BOD = 360^\circ - \angle AOB - \angle COD = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ = 180^\circ$ ，

又 $\because AO = OB$ ， $OC = OD$ ，

$\therefore \triangle OAC$ 和 $\triangle OBD$ 是兄弟三角形；

(2) ①证明：延长 OP 至 E ，使 $PE = OP$ ，

$\because P$ 为 BD 的中点，

$\therefore BP = PD$ ，

在 $\triangle BPE$ 和 $\triangle DPO$ 中，

$$\begin{cases} PE = OP \\ \angle BPE = \angle DPO, \\ BP = PD \end{cases}$$

$\therefore \triangle BPE \cong \triangle DPO (SAS)$ ，

$\therefore BE = OD$ ；

②证明： $\because \triangle BPE \cong \triangle DPO$ ，

$\therefore \angle E = \angle DOP$ ，

$\therefore BE \parallel OD$ ，

$\therefore \angle EBO + \angle BOD = 180^\circ$ ，

又 $\because \angle BOD + \angle AOC = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle EBO = \angle AOC$ ，

$\because BE = OD$ ， $OD = OC$ ，

$\therefore BE = OC$ ，

在 $\triangle EBO$ 和 $\triangle COA$ 中，

$$\begin{cases} EB = OC \\ \angle EBO = \angle AOC, \\ OB = OA \end{cases}$$

$\therefore \triangle EBO \cong \triangle COA (SAS)$ ，

$\therefore OE = AC$ ，

又 $\because OE = 2OP$ ，

$\therefore AC = 2OP$ ．

此题最重要的是倍长中线的想法．

