

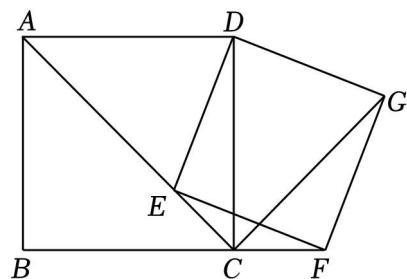
## 2024 春季初二数学每日一题打卡 009

009 试题来源:2023.3 吴江青云实验中学月考卷

如图,在正方形  $ABCD$  中,  $E$  为对角线  $AC$  上一点,连接  $DE$ ,过点  $E$  作  $EF \perp DE$ ,交  $BC$  延长线于点  $F$ ,以  $DE, EF$  为邻边作矩形  $DEFG$ ,连接  $CG$ . 在下列结论中:

- ①  $DE = EF$ ;
- ②  $\triangle DAE \cong \triangle DCG$ ;
- ③  $AC \perp CG$ .

其中正确的结论序号是\_\_\_\_\_.

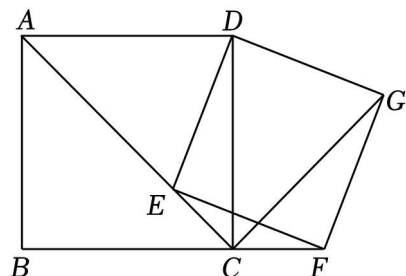


试题解析：

如图，在正方形  $ABCD$  中， $E$  为对角线  $AC$  上一点，连接  $DE$ ，过点  $E$  作  $EF \perp DE$ ，交  $BC$  延长线于点  $F$ ，以  $DE$ ， $EF$  为邻边作矩形  $DEFG$ ，连接  $CG$ 。在下列结论中：

- ①  $DE = EF$ ；
- ②  $\triangle DAE \cong \triangle DCG$ ；
- ③  $AC \perp CG$ 。

其中正确的结论序号是 ①②③。



【解答】解：过  $E$  作  $EM \perp BC$  于  $M$  点，过  $E$  作  $EN \perp CD$  于  $N$  点，如图所示：

$\because$  四边形  $ABCD$  是正方形，  
 $\therefore \angle BCD = 90^\circ$ ， $\angle ECN = 45^\circ$ ，  
 $\therefore \angle EMC = \angle ENC = \angle BCD = 90^\circ$ ，  
 $\therefore NE = NC$ ，  
 $\therefore$  四边形  $EMCN$  为正方形，  
 $\because$  四边形  $DEFG$  是矩形，  
 $\therefore EM = EN$ ， $\angle DEN + \angle NEF = \angle MEF + \angle NEF = 90^\circ$ ，  
 $\therefore \angle DEN = \angle MEF$ ，  
 又  $\angle DNE = \angle FME = 90^\circ$ ，

在  $\triangle DEN$  和  $\triangle FEM$  中， $\begin{cases} \angle DNE = \angle FME \\ EN = EM \\ \angle DEN = \angle FEM \end{cases}$ ，

$\therefore \triangle DEN \cong \triangle FEM (ASA)$ ，  
 $\therefore ED = EF$ ，故①正确；  
 $\therefore$  矩形  $DEFG$  为正方形；  
 $\therefore DE = DG$ ， $\angle EDC + \angle CDG = 90^\circ$ ，  
 $\because$  四边形  $ABCD$  是正方形，  
 $\therefore AD = DC$ ， $\angle ADE + \angle EDC = 90^\circ$ ，  
 $\therefore \angle ADE = \angle CDG$ ，

在  $\triangle ADE$  和  $\triangle CDG$  中， $\begin{cases} AD = CD \\ \angle ADE = \angle CDG \\ DE = DG \end{cases}$ ，

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CDG (SAS)$ ，故②正确；  
 $\therefore AE = CG$ ， $\angle DAE = \angle DCG = 45^\circ$ ，  
 $\therefore \angle ACG = 90^\circ$ ，  
 $\therefore AC \perp CG$ ，故③正确。

故答案为：①②③。

