

2024 春季初一数学每日一题打卡 007

007 试题来源：2023 春江阴七年级下册期中第 27 题

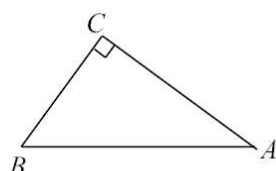
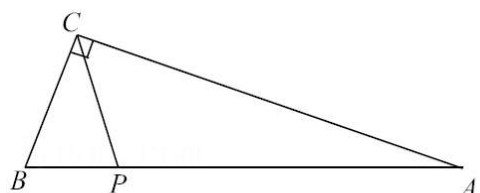
在一个三角形中，如果一个角是另一个角的 2 倍，这样的三角形我们称之为“倍角三角形”。如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，点 P 是线段 AB 上一点（不与 A 、 B 重合），连接 CP 。

(1) 当 $\angle B = 72^\circ$ 时；

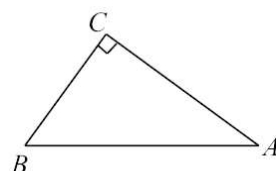
①若 $\angle CPB = 54^\circ$ ，则 $\triangle ACP$ _____ “倍角三角形”（填“是”或“否”）；

②若 $\triangle BPC$ 是“倍角三角形”，求 $\angle ACP$ 的度数；

(2) 当 $\triangle ABC$ 、 $\triangle BPC$ 、 $\triangle ACP$ 都是“倍角三角形”时，求 $\angle BCP$ 的度数。



备用图1



备用图2

试题解析

(1) 当 $\angle B = 72^\circ$ 时;

① 若 $\angle CPB = 54^\circ$, 则 $\triangle ACP$ 是 “倍角三角形” (填“是”或“否”);

解: (1) ① $\because \angle ACB = 90^\circ, \angle B = 72^\circ, \therefore \angle A = 90^\circ - 72^\circ = 18^\circ,$
 $\because \angle CPB = 54^\circ, \therefore \angle A + \angle ACP = 54^\circ, \therefore \angle ACP = 36^\circ, \therefore \angle ACP = 2\angle A,$
 $\therefore \triangle ACP$ 是“倍角三角形”, 故答案为: 是.

② 若 $\triangle BPC$ 是“倍角三角形”, 求 $\angle ACP$ 的度数;

【分析】② 由 $\angle B = 72^\circ, \triangle BPC$ 是“倍角三角形”, 推出 $\triangle BCP$ 内角的度数分别是 $72^\circ, 72^\circ, 36^\circ$.

【解答】② $\because \angle B = 72^\circ, \triangle BPC$ 是“倍角三角形”, $\therefore \triangle BCP$ 内角的度数分别是 $72^\circ, 72^\circ, 36^\circ,$
 $\therefore \angle BCP = 36^\circ$ 或 $72^\circ, \therefore \angle ACP = 54^\circ$ 或 18° .

(2) 当 $\triangle ABC, \triangle BPC, \triangle ACP$ 都是“倍角三角形”时, 求 $\angle BCP$ 的度数.

【分析】(2) 首先确定 $\triangle ABC$ 是“倍角三角形”时, 有两种情形, 45° 的直角三角形, 30° 的直角三角形.

【解答】(2) 如图 2-1 中, 当 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $CP \perp AB$ 时, 满足条件, 此时 $\angle BCP = 45^\circ$.

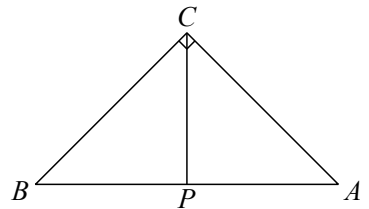


图 2-1

如图 2-2 中, 当 $\angle A = 60^\circ, CP \perp AB$ 时, 满足条件, 此时 $\angle BCP = 60^\circ$.

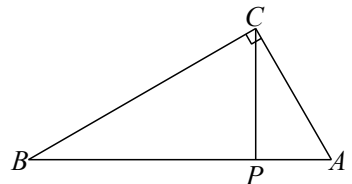


图 2-2

如图 2-3 中, 当 $\angle A = 60^\circ, \angle BPC = 100^\circ$ 时, 满足条件, 此时 $\angle BCP = 50^\circ$.

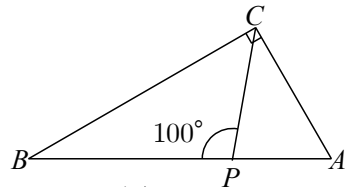


图 2-3

如图 2-4 中, 当 $\angle B = 60^\circ, \angle APC = 100^\circ$ 时, 满足条件, 此时 $\angle BCP = 40^\circ$.

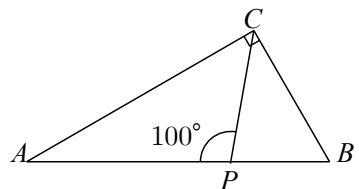


图 2-4

如图 2-5 中, 当 $\angle B = 60^\circ, \angle APC = 90^\circ$ 时, 满足条件, 此时 $\angle BCP = 30^\circ$.

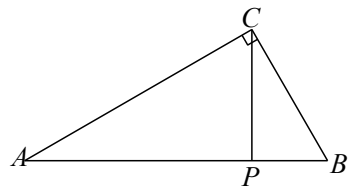


图 2-5

综上所述, 满足条件的 $\angle BCP$ 的值为 30° 或 40° 或 45° 或 50° 或 60° .

【点评】本题考查三角形内角和定理, “倍角三角形”的定义等知识, 解题的关键是学会用分类讨论的思想解决问题, 属于中考常考题型.