

二次函数与一元二次方程综合提高

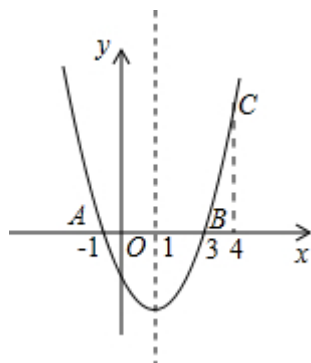
一、选择题

1. 如图，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象经过点 $A(-1, 0)$ 、点 $B(3, 0)$ 、点 $C(4, y_1)$ ，

若点 $D(x_2, y_2)$ 是抛物线上任意一点，有下列结论：

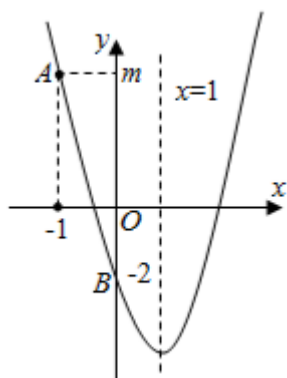
- ①二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的最小值为 $-4a$ ；
- ②若 $-1 \leq x_2 \leq 4$ ，则 $0 \leq y_2 \leq 5a$ ；
- ③若 $y_2 > y_1$ ，则 $x_2 > 4$ ；
- ④一元二次方程 $cx^2+bx+a=0$ 的两个根为 -1 和 $\frac{1}{3}$

其中正确结论的个数是 ()



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

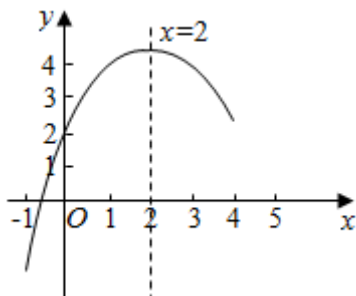
2. 如图，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的对称轴为直线 $x=1$ ，与 y 轴交于点 $B(0, -2)$ ，点 $A(-1, m)$ 在抛物线上，则下列结论中错误的是 ()



- A. $ab < 0$
- B. 一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的正实数根在 2 和 3 之间
- C. $a = \frac{m+2}{3}$

D. 点 $P_1(t, y_1)$, $P_2(t+1, y_2)$ 在抛物线上, 当实数 $t > \frac{1}{3}$ 时, $y_1 < y_2$

3. 已知 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示, 对称轴为直线 $x = 2$. 若 x_1, x_2 是一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的两个根, 且 $x_1 < x_2$, $-1 < x_1 < 0$, 则下列说法正确的是 ()



- A. $x_1 + x_2 < 0$ B. $4 < x_2 < 5$ C. $b^2 - 4ac < 0$ D. $ab > 0$

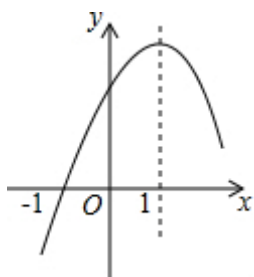
4. 抛物线 $y = x^2 + bx + 3$ 的对称轴为直线 $x = 1$. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + bx + 3 - t = 0$ (t 为实数) 在 $-1 < x < 4$ 的范围内有实数根, 则 t 的取值范围是 ()

- A. $2 \leq t < 11$ B. $t \geq 2$ C. $6 < t < 11$ D. $2 \leq t < 6$

5. 已知二次函数 $y = 2x^2 - 8x + 6$ 的图象交 x 轴于 A, B 两点. 若其图象上有且只有 P_1, P_2, P_3 三点满足 $S_{\triangle ABP_1} = S_{\triangle ABP_2} = S_{\triangle ABP_3} = m$, 则 m 的值是 ()

- A. 1 B. $\frac{3}{2}$ C. 2 D. 4

6. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的部分图象如图所示, 图象过点 $(-1, 0)$, 对称轴为直线 $x = 1$, 下列结论: ① $abc < 0$ ② $b < c$ ③ $3a + c = 0$ ④ 当 $y > 0$ 时, $-1 < x < 3$ 其中正确的结论有 ()



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

7. 已知 $m > 0$, 关于 x 的一元二次方程 $(x+1)(x-2) - m = 0$ 的解为 x_1, x_2 ($x_1 < x_2$), 则下列结论正确的是 ()

- A. $x_1 < -1 < 2 < x_2$ B. $-1 < x_1 < 2 < x_2$ C. $-1 < x_1 < x_2 < 2$ D. $x_1 < -1 < x_2 < 2$

8. 关于二次函数 $y = ax^2 - 4ax - 5$ ($a \neq 0$) 的三个结论: ①对任意实数 m , 都有 $x_1 = 2+m$ 与 $x_2 = 2-m$ 对应的函数值相等; ②若 $3 \leq x \leq 4$, 对应的 y 的整数值有 4 个, 则 $-\frac{4}{3} < a \leq -1$ 或 $1 \leq a < \frac{4}{3}$; ③若抛物线与 x 轴交于不同两点 A, B , 且 $AB \leq 6$, 则 $a < -\frac{5}{4}$ 或 $a \geq 1$. 其中正确的结论是 ()

- A. ①② B. ①③ C. ②③ D. ①②③

二、填空题

9. 若二次函数 $y = x^2 + bx - 5$ 的对称轴为直线 $x = 2$, 则关于 x 的方程 $x^2 + bx - 5 = 2x - 13$ 的解为 _____.

10. 若抛物线 $y = -x^2 - 6x + m$ 与 x 轴没有交点, 则 m 的取值范围是_____.

11. 若二次函数 $y = -x^2 + 2x + k$ 的图象与 x 轴有两个交点, 则 k 的取值范围是_____.

12. 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过点 $A(-3, 0)$ 、 $B(4, 0)$ 两点, 则关于 x 的一元二次方程 $a(x-1)^2 + c = b - bx$ 的解是_____.

13. 抛物线 $y = 2x^2 + 2(k-1)x - k$ (k 为常数) 与 x 轴交点的个数是_____.

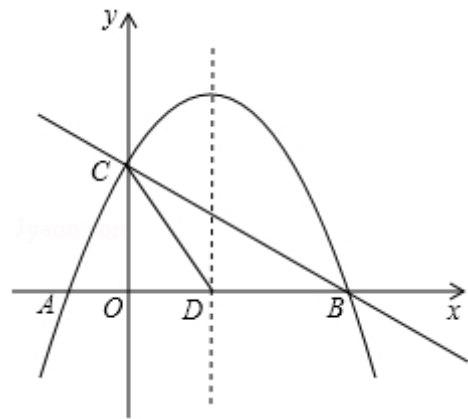
三、解答题

14. 如图，抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 A, B 两点，与 y 轴交于点 C ，抛物线的对称轴交 x 轴于点 D 。已知 $A(-1, 0)$ ， $C(0, 3)$ 。

(1) 求抛物线的解析式；

(2) 在抛物线的对称轴上有一点 M ，使得 $MA + MC$ 的值最小，求此点 M 的坐标；

(3) 在抛物线的对称轴上是否存在 P 点，使 $\triangle PCD$ 是等腰三角形，如果存在，求出点 P 的坐标，如果不存在，请说明理由。



四、难题拔高

1. 若方程 $\sqrt{a-x} = 1-x$ 有两个不相等的实数根，则实数 a 的取值范围是_____.

2. 已知 $x^2 = 2y + 5, y^2 = 2x + 5 (x \neq y)$, 则 $x^3 - 2x^2y^2 + y^3$ 的值为_____.