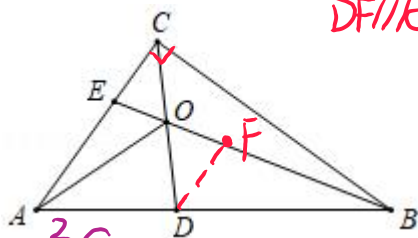


## 2022 春季数学压轴每日一练 (三十七)

1. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AB = 4$ , 点  $D, E$  分别在边  $AB, AC$  上, 且  $DB = 2AD$ ,  $AE = 3EC$ ,

连接  $BE, CD$ , 相交于点  $O$ , 则  $\triangle ABO$  面积最大值为  $\frac{8}{3}$ .



$$\begin{aligned} DF \parallel AC, \frac{BD}{AB} = \frac{2}{3} &\rightarrow \frac{DF}{AE} = \frac{2}{3} \\ \frac{EC}{AE} = \frac{1}{3} &\rightarrow DF = 2EC \\ &\rightarrow OC : OD = 1 : 2 \end{aligned}$$

$$S_{\triangle ABO} = \frac{2}{3} S_{\triangle ABC}$$

即求  $\triangle ABC$  的面积最大值

取  $AB$  中点  $H$ ,  $CH = 2$ , 当  $CH \perp AB$  时  $S_{\triangle ABC} \max$

$$(S_{\triangle ABC})_{\max} = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4 \quad \therefore (S_{\triangle ABO})_{\max} = 4 \times \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$$

$$\begin{aligned} S_{\triangle AOD} &= \frac{2}{3} S_{\triangle AOC} \\ S_{\triangle BOD} &= \frac{2}{3} S_{\triangle BOC} \\ \therefore S_{\triangle AOB} &= \frac{2}{3} S_{\triangle ABC} \end{aligned}$$

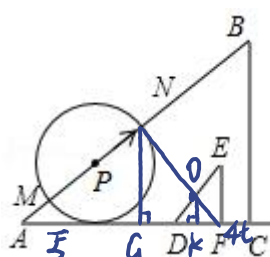
2. 如图, 已知  $\text{Rt}\triangle ABC$  的直角边  $AC$  与  $\text{Rt}\triangle DEF$  的直角边  $DF$  在同一条直线上, 且  $AC = 60\text{cm}$ ,  $BC = 45\text{cm}$ ,

$DF = 6\text{cm}$ ,  $EF = 8\text{cm}$ . 现将点  $C$  与点  $F$  重合, 再以  $4\text{cm/s}$  的速度沿  $CA$  方向移动  $\triangle DEF$ ; 同时, 点  $P$  从点  $A$  出发, 以  $5\text{cm/s}$  的速度沿  $AB$  方向移动. 设移动时间为  $t$  (s), 以点  $P$  为圆心,  $3t$  (cm) 长为半径的  $\odot P$  与  $AB$  相交于点  $M, N$ , 当点  $F$  与点  $A$  重合时,  $\triangle DEF$  与点  $P$  同时停止移动, 在移动过程中,

(1) 连接  $ME$ , 当  $ME \parallel AC$  时,  $t = \frac{20}{3}$  s;

(2) 连接  $NF$ , 当  $NF$  平分  $DE$  时, 求  $t$  的值;

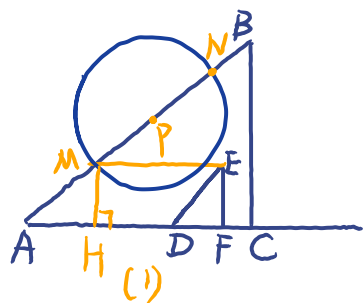
(3) 是否存在  $\odot P$  与  $\text{Rt}\triangle DEF$  的两条直角边所在的直线同时相切的时刻? 若存在, 求出  $t$  的值; 若不存在, 说明理由.



$$\begin{aligned} (1) \quad AP &= 5t \\ PM &= 3t \\ AM &= 2t \\ AN &= 8t \\ MH &= \frac{3}{5} AM = \frac{6}{5}t \\ ME \parallel AC &\therefore \frac{6}{5}t = 8 \\ \therefore t &= \frac{20}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad &\text{设 } DE \text{ 的中点为 } O. \\ &\because NF \text{ 平分 } DE \\ &\therefore N, O, F \text{ 共线.} \\ &\text{过点 } N \text{ 作 } NG \perp AC. \\ &\text{过点 } O \text{ 作 } OK \perp AC \\ &\text{由题意得:} \\ &NG = \frac{3}{5} AN = \frac{24}{5}t \\ &OK = 4, KF = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AG &= \frac{3}{5}t, \text{ 则 } FG = 60 - \frac{3}{5}t. \\ \triangle OKF \sim \triangle NGF \\ \frac{OK}{NG} &= \frac{KF}{GF} \therefore \frac{4}{\frac{24}{5}t} = \frac{3}{60 - \frac{3}{5}t} \\ \therefore 3 \times \frac{24}{5}t &= 240 - 4 \times \frac{3}{5}t \\ \text{解得: } t &= \frac{30}{7} \end{aligned}$$



(3) 存在.

1°  $\odot P$  在  $EF$  左侧

$$\begin{aligned} PH &= 3t \\ AH &= 4t \\ PK &= 60 - 8t \\ PH &= PK \\ 3t &= 60 - 8t \\ t &= \frac{60}{11} \end{aligned}$$

2°  $\odot P$  在  $EF$  右侧

$$\begin{aligned} PH &= PK \\ 3t &= 8t - 60 \\ t &= 12 \\ \text{综上: } t &= \frac{60}{11} \text{ 或 } 12 \end{aligned}$$