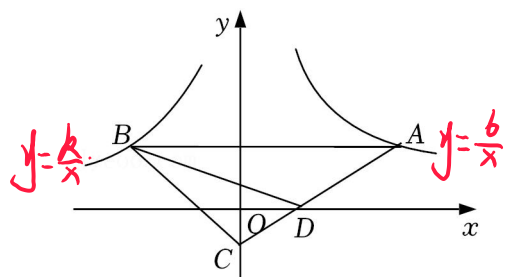


2022 春季初二下数学压轴每日一练（二十六）

1. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 A, B 分别在函数 $y = \frac{6}{x}$ ($x > 0$)， $y = \frac{k}{x}$ ($x < 0$) 的图象上， $AB \parallel x$ 轴，点 C 是 y 轴上一点，线段 AC 与 x 轴正半轴交于点 D 。若 $\triangle ABC$ 的面积为 8， $\frac{CD}{AD} = \frac{3}{5}$ ，则 k 的值为 -4。



$$\frac{CD}{AD} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{5}{8}$$

$$S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2}(6-k)$$

$$S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2}(6-k) = 5 \Rightarrow k = -4$$

2. 如图，在平面直角坐标系中，一次函数 $y = x + b$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象交于 B ，与 x 轴交于 A ，与 y 轴交于 C 。

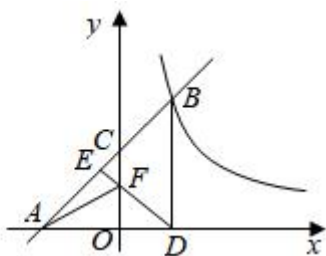
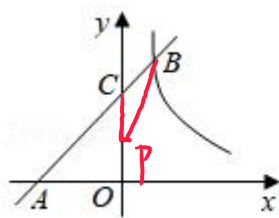
$$\textcircled{1} y = x + 4$$

$$y = \frac{12}{x}$$

- ① 求一次函数和反比例函数的解析式；

- ② 在 y 轴上取一点 P ，当 $\triangle BCP$ 的面积为 3 时，求点 P 的坐标；

- (2) 过点 B 作 $BD \perp x$ 轴于点 D ，点 E 为 AB 中点，线段 DE 交 y 轴于点 F ，连接 AF 。若 $\triangle AFD$ 的面积为 $\frac{13}{2}$ ，则 k 的值为 13。



$$\textcircled{2} C(0, 4), B(2, 6)$$

$$S_{\triangle BCP} = \frac{1}{2} \times CP \times |x_B|$$

$$= \frac{1}{2} \times CP \times 2$$

$$= CP = 3$$

$$\therefore CP = 3$$

$$\therefore P(0, 1) \text{ 或 } (0, 7)$$

(2) \because 一次函数 $y = x + b$

$\therefore \angle BAD = 45^\circ, A(-b, 0)$

$\because BD \perp x$ 轴

$\therefore \triangle ABD$ 是等腰直角

$\therefore AD = BD$

\therefore 设 $B(m, m+b)$, 则 $k = m(m+b)$

$\therefore AD = BD = m+b$

\because 点 E 是 AB 中点

$\therefore ED \perp AB$

$\therefore \angle EDO = 45^\circ$

$\therefore \triangle DOF$ 是等腰直角

$\therefore OD = OF = m$

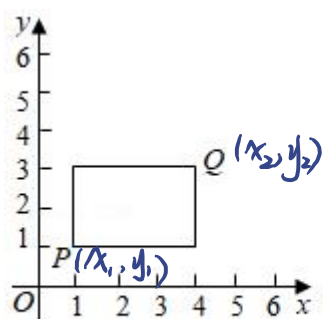
$\because \triangle AFD$ 的面积为 $\frac{13}{2}$

$\therefore \frac{1}{2} \times AD \times OF = \frac{13}{2}$

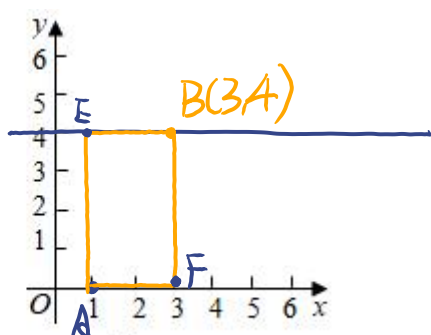
即 $\frac{1}{2}(m+b)m = \frac{13}{2}$

$\therefore k = m(m+b) = 13$ \therefore 答案为 13.

3. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 P 的坐标为 (x_1, y_1) , 点 Q 的坐标为 (x_2, y_2) , 且 $x_1 \neq x_2, y_1 \neq y_2$, 若 P, Q 为某个矩形的两个顶点, 且该矩形的边均与某条坐标轴垂直, 则称该矩形为点 P, Q 的“相关矩形”, 如图①为点 P, Q 的“相关矩形”示意图. 已知点 A 的坐标为 $(1, 0)$, 点 $B(m, 4)$



图①



图②

(1) $B(3, 4)$

$S = 2 \times 4 = 8$

(2) \because 正方形

$\therefore AF = AE = 4$

$\therefore |m - 1| = 4$

$\therefore m = 5$ 或 $m = -3$

(1) 若 $m = 3$, 在图②中画出点 A, B 的“相关矩形”并求出它的面积;

(2) 若点 A, B 的“相关矩形”为正方形, 求 m 的值;

(3) 设一次函数 $y = -2x + b$ 的图象经过点 A , 交 y 轴于点 C , 若在线段 AC 上存在一点 D , 使得点 D, B 的“相关矩形”是正方形, 直接写出 m 的取值范围.

(3) 存在. 设点 D 的横坐标为 x .

\because 一次函数 $y = -2x + b$ 经过点 $A(1, 0)$

$\therefore -2 + b = 0$

$\therefore b = 2$

$\therefore y = -2x + 2$

$\therefore D(x, -2x + 2)$

$\because DM = BM$

$\therefore 2x + 2 = |m - x|$

当 B 在 M 右侧时

$2x + 2 = m - x$

$x = \frac{m - 2}{3}$

$\therefore D$ 在 AC 上.

$\therefore 0 \leq x \leq 1$

$\therefore 0 \leq \frac{m - 2}{3} \leq 1$

解得: $2 \leq m \leq 5$.

当 B 在 M 左侧时

$2x + 2 = x - m$

$x = -m - 2$

$\therefore D$ 在 AC 上

$\therefore 0 \leq x \leq 1$

$\therefore 0 \leq -m - 2 \leq 1$

解得: $-3 \leq m \leq -2$

综上: $2 \leq m \leq 5$ 或 $-3 \leq m \leq -2$

