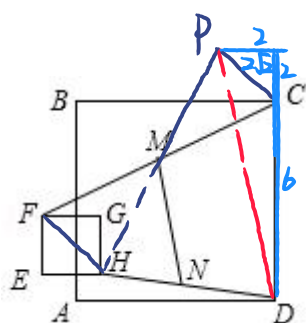


## 2022 春季初二下数学压轴每日一练（十六）

2021 扬州市邗江区期中

1. 如图，边长为 2 的正方形  $EFGH$  在边长为 6 的正方形  $ABCD$  所在平面上移动，始终保持  $EF \parallel AB$ . 线段  $CF$  的中点为  $M$ ， $DH$  的中点为  $N$ ，则线段  $MN$  的长为  $\sqrt{17}$ .



延长  $HM$  使得  $HM = MP$   
 $MN = \frac{1}{2}PD$   
 中点 → 构造“8”字型全等.  
 $\triangle FHM \cong \triangle CPM$   
 $MN$  是  $\triangle HPD$  的中位线  
 $PD = 2\sqrt{17}$   
 $\therefore MN = \sqrt{17}$

2. 阅读材料:

通过小学的学习，我们知道， $\frac{8}{3} = \frac{6+2}{3} = 2 + \frac{2}{3} = 2\frac{2}{3}$ ,

在分式中，类似地， $\frac{2x+4}{x+1} = \frac{2x+2+2}{x+1} = \frac{2(x+1)+2}{x+1} = 2 + \frac{2}{x+1}$ .

探索:

(1) 如果  $\frac{3x-2}{x+1} = 3 + \frac{m}{x+1}$ ，则  $m = \underline{-5}$ ;

$$\frac{3(x+1)-5}{x+1} = 3 - \frac{5}{x+1}$$

(2) 如果  $\frac{5x-3}{x+2} = 5 + \frac{m}{x+2}$ ，则  $m = \underline{-13}$ ;

$$\frac{5(x+2)-13}{x+2}$$

总结:

(3) 如果  $\frac{ax+b}{x+c} = a + \frac{m}{x+c}$  (其中  $a, b, c$  为常数)，则求  $m$  的值. (用含  $a, b, c$  的代数式表示)

应用:

(4) 利用上述结论解决: 若代数式  $\frac{2x-1}{x+1}$  的值为整数，直接写出满足条件的整数  $x$  的值.

$$(3) \frac{a(x+c)-ac+b}{x+c} = a + \frac{b-ac}{x+c} \rightarrow m = b-ac$$

$$(4) \frac{2(x+1)-3}{x+1} = 2 - \frac{3}{x+1}$$

$\therefore$  结果是整数

$\therefore x+1 = \pm 1$  或  $\pm 3$ .

$\therefore$  当  $x = -4$  或  $-2$  或  $0$  或  $2$  时代数式  $\frac{2x-1}{x+1}$  的值为整数

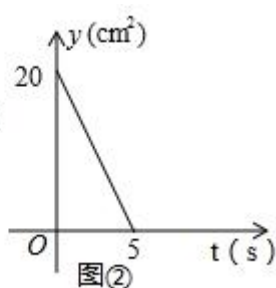
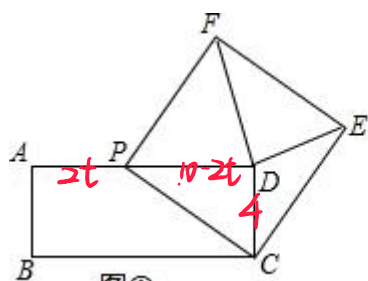
3. 如图①, 在矩形  $ABCD$  中, 动点  $P$  从点  $A$  出发, 以  $2\text{cm/s}$  的速度沿  $AD$  向终点  $D$  移动, 设移动时间为  $t$  (s). 连接  $PC$ , 以  $PC$  为一边作正方形  $PCEF$ , 连接  $DE$ 、 $DF$ . 设  $\triangle PCD$  的面积为  $y$  ( $\text{cm}^2$ ).  $y$  与  $t$  之间的函数关系如图②所示.

(1)  $AB = \underline{4}$  cm,  $AD = \underline{10}$  cm;

(2) 点  $P$  从点  $A$  到点  $D$  的移动过程中, 点  $E$  的路径是 10 cm.

(3) 当  $t$  为何值时,  $\triangle DEF$  的面积最小? 并求出这个最小值;

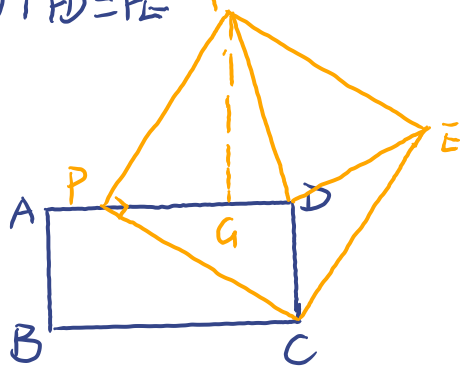
(4) 当  $t$  为何值时,  $\triangle DEF$  为等腰三角形? 请直接写出结果.



(3)  $S_{\triangle DEF} = \frac{1}{2}S_{\triangle PCF} - S_{\triangle PDC}$   
 $= \frac{1}{2} \times PC^2 - \frac{1}{2} \times PD \times DC$   
 $= \frac{1}{2} [(6+10-2t)^2] + \frac{1}{2} \times 4 \times (10-2t)$   
 $= 2(t-4)^2 + 6$   
 当  $t=4$  时,  $\triangle DEF$  的面积最小, 且最小值为 6.

4°  $DF=EF$  时.

(4) 1°  $FD=FE$



$DF=EF=FP$   
 $\triangle APFG \cong \triangle CPD$

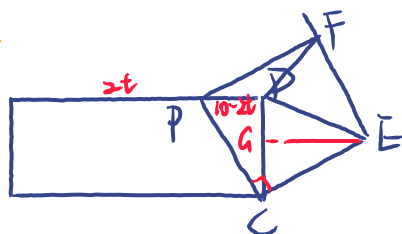
$PG=DC=4$

等腰三棱合一

$PG = \frac{1}{2}PD = \frac{1}{2}(10-2t)$

$\therefore t=1$

2°  $DE=CF$   
 $DE=EF=CE$

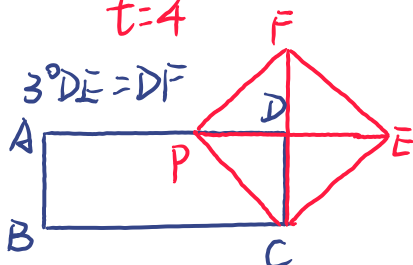


$CG=PD=10-2t$

$CG = \frac{1}{2}CD = 2$

$10-2t=2$

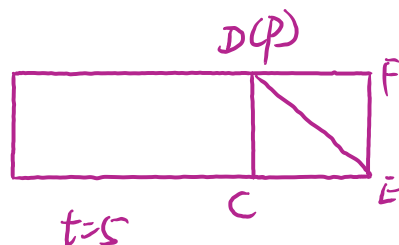
$t=4$



$PD=CD=4$

$10-2t=4$

$t=3$



综上:  $t=1$  或  $3$  或  $4$  或  $5$ .