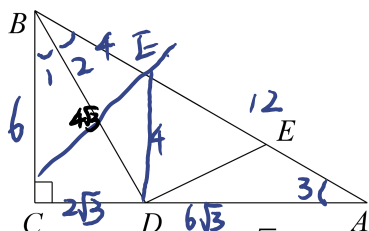


## 2022 春季数学压轴每日一练（二十四）

2022 省锡中一摸

17. 如图,  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $BC = 6$ ,  $\angle ABC$  的平分线与线段  $AC$  交于点  $D$ , 且有  $AD = BD$ , 点  $E$  是线段  $AB$  上的动点 (与  $A$ 、 $B$  不重合), 连结  $DE$ , 当  $\triangle BDE$  是等腰三角形时, 则  $AE$  的长为  $12-4\sqrt{3}$  或  $8$ .



$$\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = 30^\circ$$

$\triangle BDE$  是等腰三角形.

$$\textcircled{1} BD = DE \text{ (舍)}$$

$$\textcircled{2} BD = BE$$

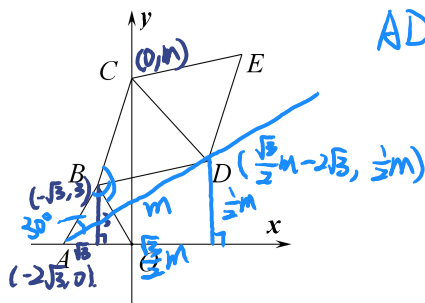
$$BE = 4\sqrt{3}, AE = 12 - 4\sqrt{3}$$

$$\textcircled{3} DE = BE$$

$$BE = 4$$

$$AE = 8$$

18. 如图, 已知点  $A(-2\sqrt{3}, 0)$  和  $y$  轴上的动点  $C(0, m)$ , 点  $B$  在第二象限内,  $\triangle ABO$  和  $\triangle DBC$  都是等边三角形, 点  $B$ 、 $C$ 、 $D$  按顺时针方向排列. 将  $\triangle CBD$  沿  $CD$  翻折得  $\triangle CED$ , 当点  $C$  在  $y$  轴上运动时, 设点  $E$  的坐标为  $(x, y)$ , 则  $y$  与  $x$  的函数关系式为  $y = \sqrt{3}x$



$$AD = OC$$

$$E\left(\frac{\sqrt{3}}{2}m - \sqrt{3}, \frac{3}{2}m - 3\right)$$

$$y = \sqrt{3}x$$

$$4k^2 + 9 - 6x = 0$$

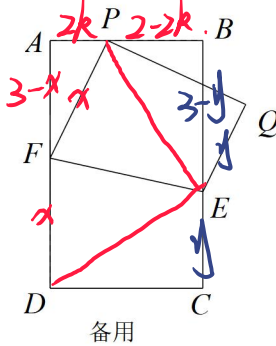
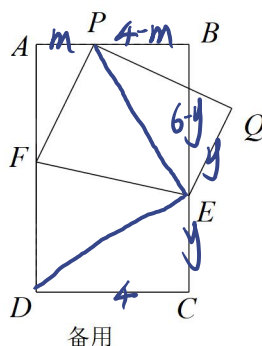
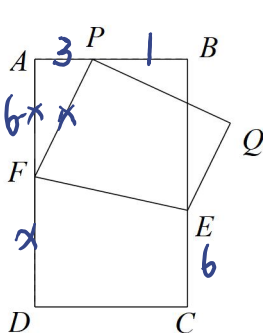
28. (本题满分 10 分) 如图, 在矩形纸片  $ABCD$  中, 已知  $\frac{AB}{BC} = \frac{2}{3}$ , 将矩形沿  $EF$  对折 (点  $E$ 、 $F$  分别在边  $BC$ 、 $AD$  上), 使顶点  $D$  落在  $AB$  边上的点  $P$  处.

(1) 若  $AB = 4$ ,  $BC = 6$ ,

① 当  $AP = 3$  时, 求  $DF$  的长;

② 设  $AP = m$ ,  $EQ = y$ , 试求  $y$  与  $m$  之间函数表达式;

(2) 记四边形  $PQEF$  的面积为  $S$ , 若  $\frac{AP}{AB} = k$ , 试说明当  $k$  为何值时  $S$  的值最小?



② 连结  $PE$ 、 $DE$

$\therefore$  对折

$$\therefore PE = DE$$

$$\therefore PE^2 = DE^2$$

$$即 (4-m)^2 + (6-y)^2 = y^2 + 16$$

$$16 - 8m + m^2 + 36 - 12y = 16$$

$$12y = m^2 - 8m + 36$$

$$y = \frac{1}{12}m^2 - \frac{2}{3}m + 3$$

$$\textcircled{2} \text{ 令 } AB=2, AP=2k, BC=3.$$

$$(2k)^2 + (3-x)^2 = x^2$$

$$x = \frac{4k^2+9}{6}$$

$$\therefore PF = \frac{4k^2+9}{6}$$

$$4 + y^2 = (3-y)^2 + 4(1-k)^2$$

$$4 + y^2 = 9 - 6y + y^2 + 4(1-k)^2$$

$$6y = 9 - 8k + 4k^2$$

$$y = \frac{4k^2 - 8k + 9}{6}$$

$$\therefore QE = \frac{4k^2 - 8k + 9}{6}$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot (PF + QE) \times 2$$

$$= PF + QE$$

$$= \frac{4k^2+9}{6} + \frac{4k^2-8k+9}{6}$$

$$= \frac{1}{6}(8k^2 - 8k + 18)$$

$$= \frac{1}{3}(4k^2 - 4k + 9)$$

$$= \frac{4}{3}(k^2 - k) + 3$$

$$= \frac{4}{3}\left(k - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{8}{3}$$

$$\text{当 } k = \frac{1}{2} \text{ 时 } S_{\min} = \frac{8}{3}$$