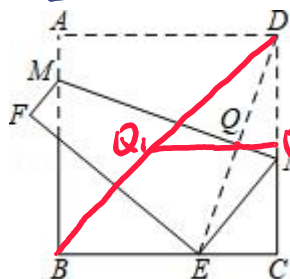


2022 春季初二下数学压轴每日一练（六）

2021 梁丰中学 3 月月考卷

10. 如图，正方形纸片 $ABCD$ 的边长为 4cm ，点 M 、 N 分别在边 AB 、 CD 上，将该纸片沿 MN 折叠，使点 D 落在边 BC 上，落点为 E ， MN 与 DE 相交于点 Q 。随着点 M 的移动，点 Q 移动路线长度的最大值是

(B)



Q 是 DE 的中点.

E 在 BC 上.

Q 的轨迹是 $\triangle DBC$ 的中线.

$Q_1, Q_2 = \frac{1}{2} BC = 2$

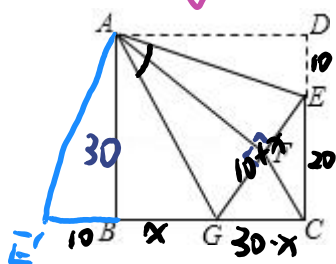
A. 2 cm

B. 4 cm

C. $\sqrt{2}\text{ cm}$

D. 1 cm

18. 如图，正方形 $ABCD$ 中， $AB=30$ ，点 E 在边 CD 上，且 $CD=3DE$ 。将 $\triangle ADE$ 沿 AE 对折至 $\triangle AFE$ ，延长 EF 交边 BC 于点 G 。连接 AG 、 CF 。下列结论：① $\triangle ABG \cong \triangle AFG$ ；② $BG=15$ ；③ $\triangle CFG$ 是正三角形；④ $\triangle FGC$ 的面积为 90。其中正确的是 ①②④ (填所有正确答案的序号)。



① "HL"

② 半角模型

结论 $\angle G = \angle A + \angle E$

旋转 $\triangle ADE$ 至 $\triangle AB$

则 $\triangle AEG \cong \triangle AEG$

$$(10+x)^2 = (30-x)^2 + 400$$

$$x = 15$$

③ 由②得 $GF = GC = BG$

$$BG = \frac{1}{2} AB \rightarrow \angle AGB \neq 60^\circ \quad S_{\triangle GFC} = \frac{2}{3} \times 150 = 90$$

$$④ S_{\triangle AEC} = \frac{1}{2} \times 15 \times 20 = 150$$

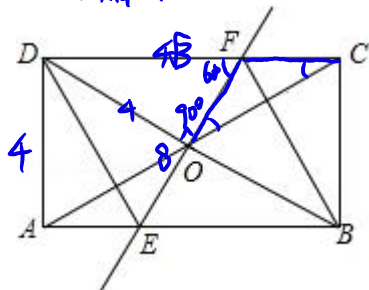
$$\frac{EF}{AF} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

26. 如图，矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 交于点 O ，过点 O 的直线 EF 与 AB 、 CD 分别交于点 E 、 F ，连接 DE 、 BF 。

(1) 求证：四边形 $BEDF$ 是平行四边形；

(2) 若 $AD=4$ ， $AC=8$ ，且 $OF=CF$ ，求四边形 $BEDF$ 的面积。

$\triangle DOF$ 是等腰三角形.



(1) 在矩形 $ABCD$ 中

$OB=OD$, $CD \parallel AB$

$\therefore \angle FDO = \angle EBO$

在 $\triangle OFD$ 和 $\triangle OEB$ 中

$\begin{cases} \angle FDO = \angle EBO \\ \angle DOF = \angle BOE \\ OD = OB \end{cases}$

$\therefore \triangle OFD \cong \triangle OEB (AAS)$

$\therefore OF = OE$

$\therefore OB = OD$

\therefore 四边形 $BEDF$ 是平行四边形

(2) 在矩形 $ABCD$ 中

$AD=4$, $AC=8$

$\therefore AD = OA = OD = 4$

$\therefore \triangle AOD$ 是等边三角形

$\therefore \angle DCA = 30^\circ$, $\angle DOA = 60^\circ$

$\therefore OF = CF$

$\therefore \angle FOC = \angle FCO = 30^\circ$

$\therefore \angle DOF = 90^\circ$

\therefore 四边形 $BEDF$ 是菱形.

在 $Rt\triangle DOF$ 中

$\angle FDO = 30^\circ$, $OD = 4$

$\therefore OF = \frac{4\sqrt{3}}{3}$

$\therefore AC = BD = 8$

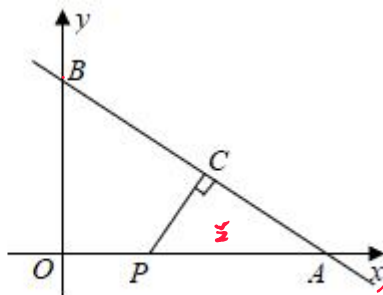
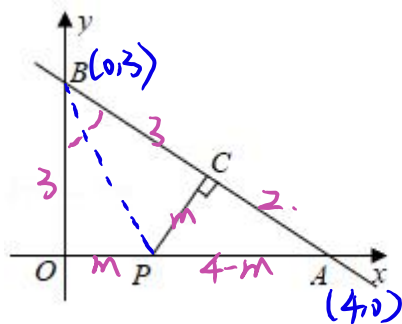
$\therefore S_{\text{菱}} = \frac{1}{2} \cdot BD \cdot 2OF = \frac{32\sqrt{3}}{3}$

27. 如图, 平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 交 x 轴于点 A , 交 y 轴于点 B , 点 P 是线段 OA 上一动点 (不与点 A 重合), 过点 P 作 $PC \perp AB$ 于点 C .

(1) 当点 P 是 OA 中点时, 求 $\triangle APC$ 的面积; **重点: 利用等面积求 PC .**

(2) 连接 BP , 若 BP 平分 $\angle ABO$, 求此时点 P 的坐标; **勾股**

(3) 设点 D 是 x 轴上方的坐标平面内一点, 若以点 O, B, C, D 为顶点的四边形是菱形, 求点 D 的坐标及此时 OP 的长.



(备用图)

(1) 如图, 连接 BP .

\therefore 直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 交 x 轴于点 A , 交 y 轴于点 B

$\therefore A(4, 0), B(0, 3)$

$\therefore AO = 4, OB = 3$

$\therefore AB = 5$

$\therefore P$ 是 OA 的中点

$\therefore AP = OP = 2$

$\therefore S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2} \times AP \times OB = \frac{1}{2} \times AB \times CP$

$\therefore CP = \frac{AP \times OB}{AB} = \frac{6}{5}$

$\therefore AC = \frac{8}{5}$

$\therefore S_{\triangle APC} = \frac{1}{2} \times AC \times PC = \frac{24}{25}$

(2) 设 $OP = m$.

$\therefore BP$ 平分 $\angle ABO$

$\therefore \angle OBP = \angle CBP$

又 $\because BP = BP, \angle BOP = \angle BCP = 90^\circ$

$\therefore \triangle BOP \cong \triangle BCP (AAS)$

$\therefore BO = BC = 3, OP = CP = m$

$\therefore AC = AB - BC = 5 - 3 = 2$

在 $Rt\triangle APC$ 中,

$(4 - m)^2 = m^2 + 4$

解得 $m = \frac{3}{2}$

$\therefore P(\frac{3}{2}, 0)$

(3) 设 $C(m, -\frac{3}{4}m + 3)$

(平行四边形存在性问题)

① 以 OB 为对角线, 则

$\begin{cases} x_B + x_O = x_C + x_D \\ y_B + y_O = y_C + y_D \end{cases}$

$\rightarrow D(-m, \frac{3}{4}m)$

\therefore 菱形 $\therefore OC = OD$, 即 $OC^2 = OD^2$

$\therefore m^2 + (-\frac{3}{4}m + 3)^2 = m^2 + (\frac{3}{4}m)^2$

解得 $m = 2$

$\therefore D(-2, \frac{3}{2}), C(2, \frac{3}{2})$

$\therefore PC \perp AC, \therefore$ 设 $PC: y = \frac{4}{3}x + b$

将 $(2, \frac{3}{2})$ 代入得 $y = \frac{4}{3}x - \frac{7}{6}$

令 $y = 0, x = \frac{7}{8}, \therefore P(\frac{7}{8}, 0) \therefore OP = \frac{7}{8}$

② 以 DC 为对角线, 则

$\begin{cases} x_O + x_C = x_D + x_B \\ y_O + y_C = y_D + y_B \end{cases}$

$\rightarrow D(m, -\frac{3}{4}m)$

\therefore 菱形 $\therefore OB = OD$, 即 $OB^2 = OD^2$

$\therefore m^2 + (\frac{3}{4}m)^2 = 9$ 解得 $m = \frac{12}{5}$

$\therefore D(\frac{12}{5}, -\frac{9}{5})$ 此时 D 在 x 轴下方舍去.

③ 以 OD 为对角线

$\begin{cases} x_O + x_D = x_B + x_C \\ y_O + y_D = y_B + y_C \end{cases}$

$\rightarrow D(m, -\frac{4}{3}m + 6)$

\therefore 菱形 $\therefore OC = OB$, 即 $OC^2 = OB^2$

$\therefore m^2 + (-\frac{4}{3}m + 6)^2 = 9$ 解得 $m_1 = 0$ (舍), $m_2 = \frac{72}{25}$

可能无解

$\therefore D(\frac{72}{25}, \frac{96}{25}), C(\frac{72}{25}, \frac{21}{25})$

$PC: y = \frac{4}{3}x - 3$, 令 $y = 0, x = \frac{9}{4}, \therefore P(\frac{9}{4}, 0) \therefore OP = \frac{9}{4}$

综上: 当 $OP = \frac{9}{4}$ 时, $D(\frac{72}{25}, \frac{96}{25})$ 或当 $OP = \frac{7}{8}$ 时, $D(-2, \frac{3}{2})$