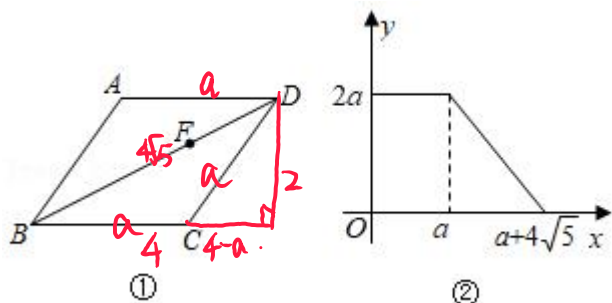


# 2022 春季初二下数学压轴每日一练（四）

2020 吴中区三模

10. 如图①，点  $F$  从菱形  $ABCD$  的顶点  $A$  出发，沿  $A \rightarrow D \rightarrow B$  以  $1\text{cm/s}$  的速度匀速运动到点  $B$ ，图②是点  $F$  运动时， $\triangle FBC$  的面积  $y (\text{cm}^2)$  随时间  $x (\text{s})$  变化的关系图象，则  $a$  的值为（ C ）

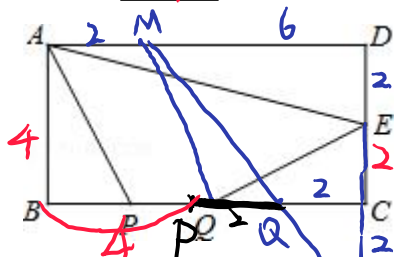


$$(4-a)^2 + 4 = a^2$$

$$a = 5$$

- A.  $2\sqrt{5}$       B. 4      C. 5      D.  $4\sqrt{5}$

18. 如图，矩形  $ABCD$  中， $AB=4$ ， $BC=8$ ， $E$  为  $CD$  边的中点，点  $P$ 、 $Q$  为  $BC$  边上两个动点，且  $PQ=2$ ，当  $BP=$  4 时，四边形  $APQE$  的周长最小。



寻找公共交点(构造)  
 平行构造  
 取  $AM=PQ=2$   
 $\therefore AP+QE = MP+QE$   
 $6\sqrt{2}$

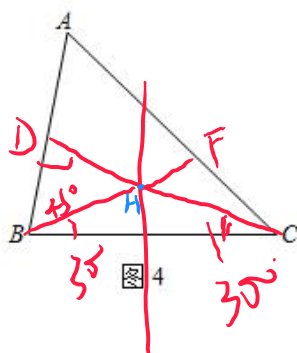
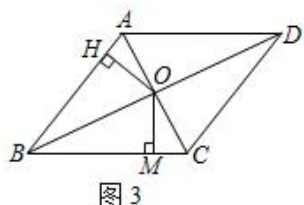
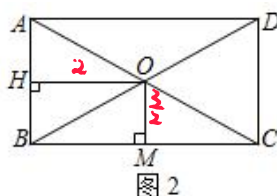
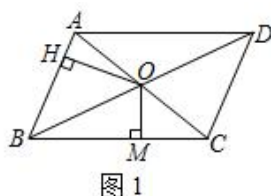
将军饮马之平行四边形  
 $C_{\text{四边形}APQE} = AP + QE + PQ + AE$   
 $\downarrow \text{min.}$  定  
 AP, QE 无公共交点?  
 how?

27. 如图 1， $O$  是平行四边形  $ABCD$  对角线的交点，过点  $O$  作  $OH \perp AB$ ， $OM \perp BC$ ，垂足分别为  $H$ ， $M$ ，若  $OH \geq OM$ ，我们称  $\lambda = \frac{OH}{OM}$  是平行四边形  $ABCD$  的心距比。

- (1) 如图 2，四边形  $ABCD$  是矩形， $AB=3$ ， $BC=4$ ，则  $\lambda = \frac{4}{3}$ ；

- (2) 如图 3，四边形  $ABCD$  是平行四边形， $\lambda=1$ ，求证：四边形  $ABCD$  是菱形；

- (3) 如图 4，在  $\triangle ABC$  中， $\angle B=75^\circ$ ，点  $E$ 、 $F$ 、 $G$  分别在  $AB$ 、 $AC$ 、 $BC$  边上，若存在一个四边形  $BEFG$  是平行四边形，且  $\lambda = \sqrt{2}$ ，请通过尺规作图作出一个点  $F$ 。（不写作法，但保留作图痕迹，如若有必要，可简述作图思路）



$$(3) \frac{OH}{OM} = \sqrt{2}$$

过点  $F$  向  $AB$ 、 $BC$  作垂线段  
 比值为  $\sqrt{2}$

$\sqrt{2}$  联想到  $45^\circ$

以  $C$  为圆心， $CB$  为半径作圆交  $AB$  于点  $D$   
 $\angle CDB = \angle CBD = 75^\circ$   
 $\angle BCD = 30^\circ$   
 作  $BC$  的中垂线交  $CD$  于点  $H$   
 $\angle HBC = \angle BCD = 30^\circ$   
 $\angle DBH = 45^\circ$   
 连结  $BH$  并延长交  $AC$  于点  $F$

(图自己画, 条件有图)

28. 我们知道，平行四边形的对边平行且相等，利用这一性质，可以为证明线段之间的位置关系和数量关系提供帮助。

重温定理，识别图形

(1) 如图①，我们在探究三角形中位线  $DE$  和第三边  $BC$  的关系时，所作的辅助线为“延长  $DE$  到点  $F$ ，使  $EF=DE$ ，连接  $CF$ ”，此时  $DE$  与  $DF$  在同一直线上且  $DE=\frac{1}{2}DF$ ，又可证图中的四边形  $BCFD$  为

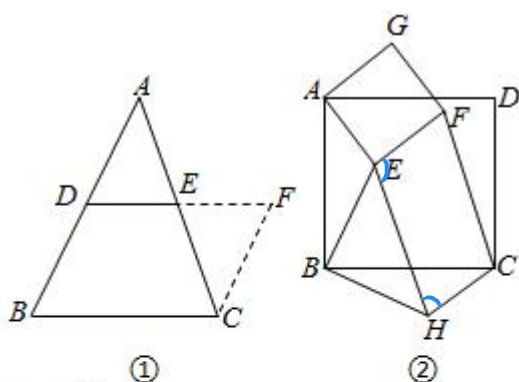
平行四边形，可得  $BC$  与  $DF$  的关系是 平行且相等 于是推导出了“ $DE \parallel BC$ ， $DE=\frac{1}{2}BC$ ”。

寻找图形，完成证明

(2) 如图②，四边形  $ABCD$  和四边形  $AEFG$  都是正方形， $\triangle BEH$  是等腰直角三角形， $\angle EBH=90^\circ$ ，连接  $CF$ 、 $CH$ 。求证  $CF=\sqrt{2}BE$ 。 (2) 证四边形  $FEHC$  是  $\square$ 。

构造图形，解决问题

(3) 如图③，四边形  $ABCD$  和四边形  $AEFG$  都是菱形， $\angle ABC=\angle AEF=120^\circ$ ，连接  $BE$ 、 $CF$ 。直接写出  $CF$  与  $BE$  的数量关系。



证明  
(2)  $\triangle ABE \cong \triangle CBH$   
 $AE = EF = CH$   
 $\angle AEB = \angle CHB$   
 $\angle FEH + \angle BHC = \angle AEB + \angle FEH$   
 $= 360^\circ - 90^\circ - 45^\circ$   
 $= 225^\circ$   
 $\angle CHE + FEH = \angle HEF + \angle BHC - 45^\circ$   
 $= 180^\circ$   
 $EF \parallel CH$   
 $\therefore$  四边形  $FEHC$  是  $\square$ 。  
.....

(3)  $CF = \sqrt{3}EB$ 。  
构造  $\square$ 。  
作  $CH \parallel EF$  交  $AE$  延长线于  $H$ 。  
连结  $BH$ 。  
 $\triangle BEH$  是  $120^\circ$  的等腰三角形  
 $BH = \sqrt{3}EB$

