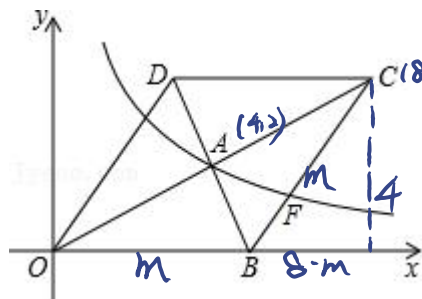


2022 春季数学压轴每日一练（十九）

2020 吴中区二模

10. 如图，在平面直角坐标系中，菱形 $OBCD$ 的边 OB 在 x 轴上，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象经过菱形对角线的交点 A ，且与边 BC 交于点 F ，点 C 的坐标为 $(8, 4)$ ，则 $\triangle OBF$ 的面积为 (A.)



$k=8$
 $(8-m)^2 + 4^2 = m^2$
 $m=5$
 $B(5, 0), C(8, 4)$
 $BC: y = \frac{4}{3}x - \frac{20}{3}$
 $F(6, \frac{4}{3})$

重点：求 B 以 A, F 的坐标

$S_{\triangle OBF} = \frac{1}{2} \cdot OB \times |y_F|$
 $= \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{4}{3}$
 $= \frac{10}{3}$

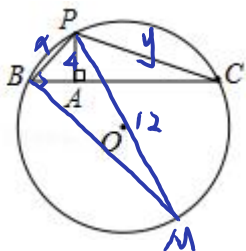
A. $\frac{10}{3}$

B. $\frac{8}{3}$

C. $\frac{11}{3}$

D. $\frac{11}{4}$

18. 如图， $\odot O$ 的半径为 6，点 P 在 $\odot O$ 上，点 A 在 $\odot O$ 内，且 $AP=4$ ，过点 A 作 AP 的垂线交 $\odot O$ 于点 B, C ，连接 PB, PC 。设 $PB=x, PC=y$ ，则 y 与 x 的函数关系式为 $y = \frac{48}{x}$ 。



$\frac{4}{y} = \frac{x}{12}$
 $xy = 48$

圆周角转化为圆周角

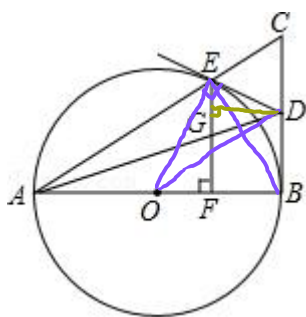
重点：过圆心

带直径 (有直角)

26. 如图， $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ ，以 AB 为直径的 $\odot O$ 交 AC 边于点 E ， $EF \perp AB$ ，垂足为 F 。过点 E 的切线交 BC 边于点 D ，连接 AD 交 EF 于 G 。

(1) 求证： $EG=FG$ ；

(2) 若 $CD=DG=3$ ，求 $\odot O$ 的半径。



(1) 连接 OE, OD, BE
 $\because DE$ 是 $\odot O$ 的切线
 $\therefore OE \perp DE$
 $\because \angle B=90^\circ, OB=OE, OD=OD$
 $\therefore Rt\triangle OED \cong Rt\triangle OBD (HL)$
 $\therefore DE=BD$
 $\therefore \angle DEB = \angle DBE$
 $\because AB$ 是直径
 $\therefore \angle AEB = 90^\circ$
 $\therefore \angle CEB = 90^\circ$
 $\therefore \angle CEB = \angle DEB = \angle C + \angle DBE = 90^\circ$
 $\therefore \angle CED = \angle C$
 $\therefore CD=DE$
 $\therefore CD=BD=DE$
 $\therefore EF \parallel BC$
 $\therefore \frac{EG}{GD} = \frac{AF}{FB}, \frac{FG}{GD} = \frac{AF}{FB}$
 $\therefore \frac{EG}{GD} = \frac{FG}{GD}$
 $\therefore EG=FG$

(2) 过点 D 作 $DH \perp EF$ 交 EF 于 H 。其实就是在求 AB 。

$\therefore CD=BD=DE=DG$

找相似。

$\therefore EH=GH=\frac{1}{2}EG$

$\therefore EG=\frac{1}{2}FG$

$\therefore FH=BD=3$

$\therefore FG=EG=2$

$\therefore DH \parallel AF$

$\therefore \triangle DHG \sim \triangle AFG$

$\therefore \frac{DH}{AF} = \frac{HG}{FG} = \frac{1}{2}$

$\therefore \frac{FB}{AF} = \frac{1}{2}$

设 $FB=x, FA=2x$ ，则 $AB=3x$

$\therefore OE=\frac{3}{2}x, OF=\frac{1}{2}x$

在 $Rt\triangle EFO$ 中

$(\frac{1}{2}x)^2 + 4^2 = (\frac{3}{2}x)^2$

$\therefore x=2\sqrt{2}$

$\therefore OE=3\sqrt{2}$

$\therefore r=3\sqrt{2}$

27. 【阅读材料】

(1) 小明遇到这样一个问题：如图 1，点 P 在等边三角形 ABC 内，且 $\angle APC = 150^\circ$ ， $PA = 6$ ， $PC = 8$. 求 PB 的长 .

小明发现，把 $\triangle PAC$ 绕点 A 顺时针方向旋转 60° 得到 $\triangle DAB$ ，连接 DP ，由旋转性质，可证 $\triangle ACP \cong \triangle ABD$ ，得 $PC = BD$ ；由已知 $\angle APC = 150^\circ$ ，可知 $\angle PDB$ 的大小，进而可求得 PB 的长 .

请回答：在图 1 中， $\angle PDB = 150^\circ$ ， $PB = 10$.

【问题解决】

(2) 参考小明思考问题的方法，解决下面问题：如图 2， $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\sin \angle ABC = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，点

P 在 $\triangle ABC$ 内，且 $PA = 2$ ， $PB = 2\sqrt{10}$ ， $PC = 3\sqrt{2}$. 求 AB 的长 .

斜腰直角，1°再造等腰直角
2°旋转90°

【灵活运用】

(3) 如图 3，在 $\triangle ABC$ 中， $\tan \angle BAC = 1$ ， $AD \perp BC$ 于点 D ，若 $BD = 6$ ， $CD = 4$. 求 $\triangle ABC$ 的面积 .

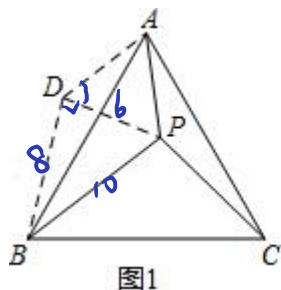


图1

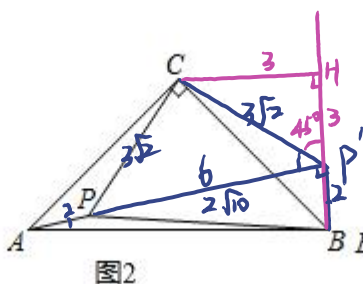


图2

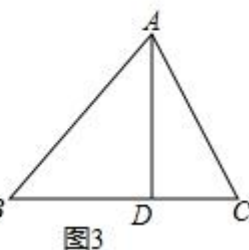
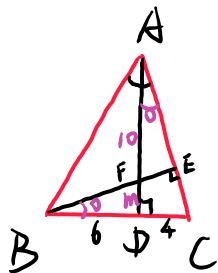


图3

(2) $\triangle CP'B$
 $P'C = 3\sqrt{2}$, $P'B = 2$, $\angle CP'B = 135^\circ$
 $BC = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34}$
 $AB = 2\sqrt{17}$



要点
 $\angle DAC = \angle CBE$

$\triangle AEF \cong \triangle BEC$

$AF = BE = 10$

$\triangle ADC \sim \triangle BDF$

$\frac{10+m}{4} = \frac{6}{m}$

$m = 2$

$AD = 12$. $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 10 \times 12 = 60$