

2022 春季数学压轴每日一练（十六）

2021 盐城亭湖区九上期末

10. (2021 秋·亭湖区期末) 如图, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$, 与 y 轴的交点 B 在 $(0, 2)$ 与 $(0, 3)$ 之间 (不包括这两点), 对称轴为直线 $x = 2$. 下列结论:

① $abc < 0$; $a < 0, b > 0$ (左同右异), $c > 0$ 正确

② $a + 3b + c > 0$; 当 $x = -3$ 时, $y > 0$ 正确

③ 若点 $M(\frac{1}{2}, y_1)$, 点 $N(\frac{5}{2}, y_2)$ 是函数图象上的两点, 则 $y_1 > y_2$; 错误

④ $-\frac{3}{5} < a < -\frac{2}{5}$; ① 当 $x = -1$ 时 $a - b + c = 0$ ② $-\frac{b}{2a} = 2 \Rightarrow b = -4a$ ③ $2 < c < 3$ ④ $5a + c = 0 \Rightarrow c = -5a$ ⑤ $-\frac{3}{5} < a < -\frac{2}{5}$ 正确

⑤ $c - 3a > 0$; $-\frac{b}{2a} = 2 \Rightarrow b = -4a$ $c - 4a + a > 0 \Rightarrow c - 3a > 0$ 正确

其中正确结论有 (C) 原式中要 $-4a$ $a + b + c > 0$ 当 $x = -1$ 时 $y > 0$ 正确

A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

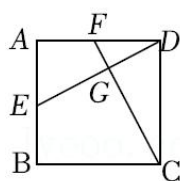
2021 扬州广陵区九上期末

27. (2021 秋·广陵区期末) 已知四边形 $ABCD$ 中, E, F 分别是 AB, AD 边上的点, DE 与 CF 交于点 G .

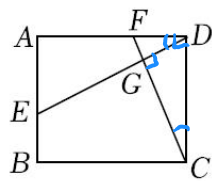
(1) 观察猜想: 如图①, 如果四边形 $ABCD$ 是正方形, 当 E, F 分别是 AB, AD 的中点时, 则 DE 与 CF 的数量关系为: $DE = CF$, 位置关系为: $DE \perp CF$.

(2) 探究证明: 如图②, 若四边形 $ABCD$ 是矩形, 且 $DE \perp CF$. 求证: $\frac{DE}{CF} = \frac{AD}{CD}$. $\triangle ADE \sim \triangle DCF$ 证明: $\frac{AD}{DE} = \frac{DC}{CF} \Rightarrow \frac{DE}{CF} = \frac{AD}{CD}$

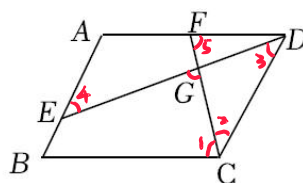
(3) 拓展延伸: 如图③, 若四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 试探究: 当 $\angle B$ 与 $\angle EGC$ 满足什么关系时, 使得 $\frac{DE}{CF} = \frac{AD}{CD}$ 成立? 并证明你的结论. 相似找角. $\angle 1 = \angle 3 = \angle 4 = \angle 5$.



图①



图②



图③

(3) 当 $\angle B + \angle EGC = 180^\circ$ 时, $\frac{DE}{CF} = \frac{AD}{CD}$ 成立. $\because \angle B = \angle ADC, \angle B + \angle EGC = 180^\circ$

证明: \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

$\therefore \angle B = \angle ADC, AD \parallel BC$.

$\therefore \angle B + \angle A = 180^\circ$

$\therefore \angle B + \angle EGC = 180^\circ$

$\therefore \angle A = \angle EGC = \angle FGD$.

$\therefore \angle FDG = \angle EDA$

$\therefore \triangle DFG \sim \triangle DEA$

$\therefore \frac{DF}{DG} = \frac{DE}{AD}$

$\therefore \angle EGC + \angle DGC = 180^\circ$

$\therefore \angle CAD = \angle CDF$

$\therefore \angle ACD = \angle DCF$

$\therefore \triangle CAD \sim \triangle CDF$

$\therefore \frac{DE}{DG} = \frac{CF}{CD}$

$\therefore \frac{DE}{AD} = \frac{CF}{CD}$

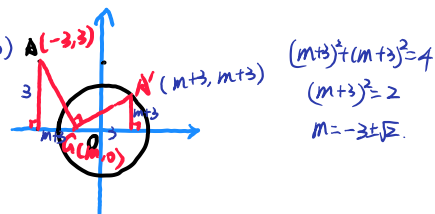
$\therefore \frac{DE}{CF} = \frac{AD}{CD}$

即当 $\angle B + \angle EGC = 180^\circ$ 时, $\frac{DE}{CF} = \frac{AD}{CD}$ 成立.

2021 无锡九上期末

18. (2021 秋·无锡期末) 将点 $A(-3, 3)$ 绕 x 轴上的点 G 顺时针旋转 90° 后得到点 A' , 当点 A' 恰好落在

以坐标原点 O 为圆心, 2 为半径的圆上时, 点 G 的坐标为 $(-3+\sqrt{2}, 0)$ 或 $(-3-\sqrt{2}, 0)$



28. (2021 秋·无锡期末) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC = 10\text{cm}$. 点 D 从 A 出发沿 AC 以 1cm/s 的速度向点 C 移动; 同时, 点 F 从 B 出发沿 BC 以 2cm/s 的速度向点 C 移动, 移动过程中始终保持 $DE \parallel CB$ (点 E 在 AB 上). 当其中一点到达终点时, 另一点也同时停止移动. 设移动时间为 t (s)

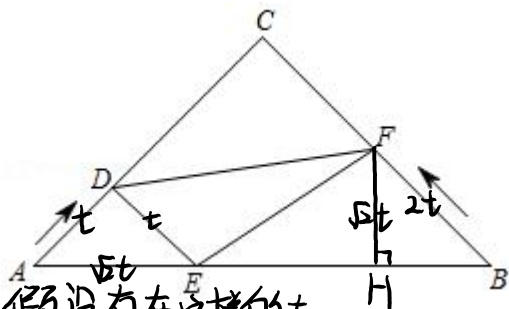
$$0 < t \leq 5$$

(1) 当 t 为何值时, 四边形 $DEFC$ 的面积为 18cm^2 ?

割补法 // 梯形面积

(2) 是否存在某个时刻 t , 使得 $DF = BE$, 若存在, 求出 t 的值, 若不存在, 请说明理由.

(3) 点 E 是否可能在以 DF 为直径的圆上? 若能, 求出此时 t 的值, 若不能, 请说明理由.



(1) 假设没有在这样的 t .

$$AD = t, AC = 10 - t$$

$$AB = 2t, CF = 10 - 2t$$

$$\therefore DF^2 = (10 - t)^2 + (10 - 2t)^2$$

$$BE = 10\sqrt{5} - \sqrt{5}t$$

$$\therefore DF = BE$$

$$\therefore DF^2 = BE^2$$

$$\text{即 } (10 - t)^2 + (10 - 2t)^2 = (10\sqrt{5} - \sqrt{5}t)^2$$

$$\therefore t = \frac{20}{3}$$

$$\text{当 } 2t = 10 \text{ 时, } t = 5$$

$$\therefore \frac{20}{3} > 5$$

\therefore 不存在这样的 t , 使得 $DF = BE$

$$(1) S_{\square} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle ADE} - S_{\triangle EFB}$$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 10 - \frac{1}{2} t^2 - \frac{1}{2} \times (10\sqrt{5} - \sqrt{5}t) \times \sqrt{5}t$$

$$= 50 - \frac{1}{2} t^2 - 10t + t^2$$

$$= \frac{1}{2} t^2 - 10t + 50$$

$$\text{又 } S_{\square} = 18$$

$$\therefore \frac{1}{2} t^2 - 10t + 50 = 18$$

$$\therefore t_1 = 4, t_2 = 16 (\text{舍})$$

\therefore 当 $t = 4$ 时, 四边形 $DEFC$ 面积为 18.

(3) 能.

证明: \because 点 E 在以 DF 为直径的圆上.

$$\therefore \angle DEF = 90^\circ$$

$$\therefore \angle CDE = \angle C = 90^\circ$$

\therefore 四边形 $CDEF$ 为矩形.

$$\therefore DE = CF$$

$$\therefore t = 10 - 2t$$

$$\therefore t = \frac{10}{3}$$