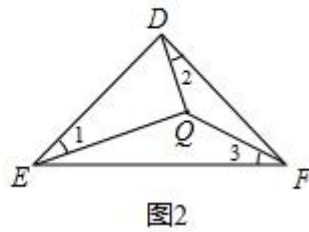
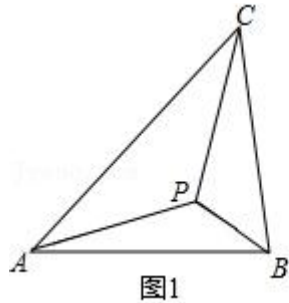


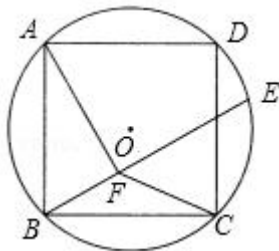
2022 春季数学压轴每日一练（十）

2021 梁丰 3 月月考

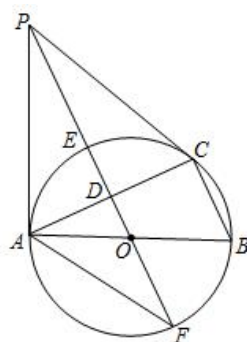
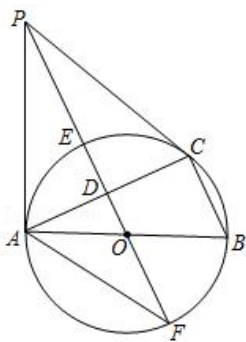
1. 如图 1, 若 $\triangle ABC$ 内一点 P 满足 $\angle PAC = \angle PBA = \angle PCB$, 则点 P 为 $\triangle ABC$ 的布洛卡点. 三角形的布洛卡点是法国数学家和数学教育家克洛尔于 1816 年首次发现, 但他的发现并未被当时的人们所注意, 1875 年, 布洛卡点被一个数学爱好者法国军官布洛卡重新发现, 并用他的名字命名. 问题: 已知在等腰直角三角形 DEF 中, 如图 2, $\angle EDF = 90^\circ$, 若点 Q 为 $\triangle DEF$ 的布洛卡点, $DQ = 1$, 则 $EQ + FQ =$ ()



- A. 5 B. 4 C. $3 + \sqrt{2}$ D. $2 + \sqrt{2}$
2. 如图, $\odot O$ 半径为 $\sqrt{2}$, 正方形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, 点 E 在 \widehat{ADC} 上运动, 连接 BE , 作 $AF \perp BE$, 垂足为 F , 连接 CF . 则 CF 长的最小值为_____.



3. 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, AB 是直径, D 是 AC 中点, 直线 OD 与 $\odot O$ 相交于 E, F 两点, P 是 $\odot O$ 外一点, P 在直线 OD 上, 连接 PA, PC, AF , 且满足 $\angle PCA = \angle ABC$.
- (1) 求证: PA 是 $\odot O$ 的切线;
 - (2) 证明: $EF^2 = 4OD \cdot OP$;
 - (3) 若 $BC = 8$, $\tan \angle AFP = \frac{2}{3}$, 求 DE 的长.



备用图

4. 如图, 抛物线 $y = ax^2 - 2ax + c$ 的图象经过点 $C(0, -2)$, 顶点 D 的坐标为 $(1, -\frac{8}{3})$, 与 x 轴交于 A 、 B 两点.

(1) 求抛物线的解析式.

(2) 连接 AC , E 为直线 AC 上一点, 当 $\triangle AOC \sim \triangle AEB$ 时, 求点 E 的坐标和 $\frac{AE}{AB}$ 的值.

(3) 在 (2) 的条件下, 点 $F(0, y)$ 是 y 轴上一动点, 当 y 为何值时, $\frac{\sqrt{5}}{5}FC + BF$ 的值最小. 并求出这个最小值.

(4) 点 C 关于 x 轴的对称点为 H , 当 $\frac{\sqrt{5}}{5}FC + BF$ 取最小值时, 在抛物线的对称轴上是否存在点 Q , 使 $\triangle QHF$ 是直角三角形? 若存在, 请求出点 Q 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

